Parlons SLAM

Gersende Fort

CNRS
Institut de Mathématiques de Toulouse

Autour de travaux de recherche menés avec Sylvain Le Corff (Professeur, Sorbonne Université) et Eric Moulines (Professeur, Ecole Polytechnique)

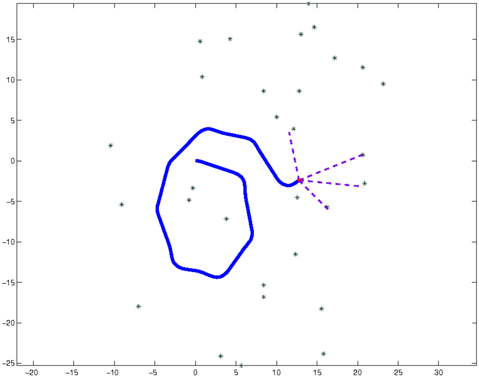
POST'HER, Collège Louis Pasteur, Mars 2024

Le SLAM ?

Larousse : de l'anglais *to slam*, claquer

- Poésie orale, urbaine, déclamée dans un lieu public, sur un rythme scandé.

Simultaneous Localization And Mapping



Un robot évolue dans un environnement inconnu, qu'il doit cartographier.

- Cartographie : il apprend la position des objets qu'il détecte.
- Localisation : il estime sa propre position.
- Ces deux tâches sont faites simultanément.

Une once de Modélisation

- Le robot se promène et *met à jour* ce qu'il a appris de la position de chacun des objets $\#i$; il *consigne* l'information de position dans $\theta_{:,i}$.

- Description de l'évolution de la *vraie* position du robot : à l'instant t

$$X_t = f(X_{t-1}, u_t^\star) \qquad f(x;(v,\psi)) = x + v\, d \begin{bmatrix} \cos(x_3\ \psi) \\ \sin(x_3\ \psi) \\ \sin(\psi)/B \end{bmatrix}$$

- Description de ce que le robot *mesure* par rapport à sa position : à l'instant t, il voit l'objet $\#i$

$$Y_{t,i} = h(X_t, \theta_{:,i}) \qquad h(x,\tau) = \begin{bmatrix} \mathrm{dist}(x,\tau) \\ \arctan\left(\frac{\tau_2 - x_2}{\tau_1 - x_1}\right) - x_3 \end{bmatrix}$$

Et même, de modélisation aléatoire

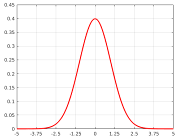
- Quelques *imprécisions* des contrôles qui définissent son mouvement : où est-il vraiment ? La vraie position est *cachée !*

$$X_t = f(X_{t-1}, u_t^\star + \text{erreur})$$

- Quelques *imprécisions* dans les mesures d'observations : évalue-t-il correctement la distance à laquelle sont les objets ?

$$Y_{t,i} = h(X_t, \theta_{:,i}) + \text{erreur}$$

L' *erreur* peut avoir plusieurs valeurs, mais certaines plus fréquentes que d'autres !



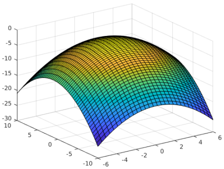
Une pincée d'Optimisation

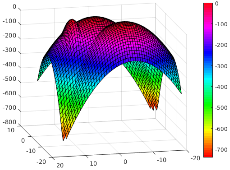
En T instants, le robot observe des objets aux distances et directions : $Y_{1,:}$, $Y_{2,:}$, $\cdots$, $Y_{T,:}$.

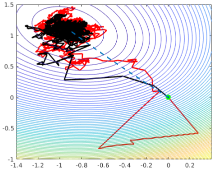
$$Y_{t,i} = h(X_t, \theta_{:,i}) + \text{erreur}$$

- Sachant les positions du robot à chaque instant $\#t$: estimons la position des objets par la valeur qui maximise la chance de voir ces objets aux distances $Y_{1,:}$, $Y_{2,:}$, $\cdots$, $Y_{T,:}$.

$$\theta \quad \text{tel que} \quad \max_{\theta} \text{loi}(Y_1, Y_2, \cdots, Y_T | X_1, X_2, \cdots, X_T; \theta)$$







Et un zeste de Statistique

- Mais le robot ne connaît pas sa position ! Pondérons cette chance par la fréquence de chacune des positions possibles

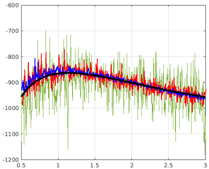
$$\begin{aligned}&\text{loi}(Y_1, Y_2, \cdots, Y_T; \theta)\\ &\qquad = \int \text{loi}\left(Y_1, \cdots, Y_T | x_1, \cdots, x_T; \theta\right) \text{loi}\left(x_1, \cdots, x_T; \theta\right) \, \mathrm{d}x_1 \cdots \mathrm{d}x_T\end{aligned}$$

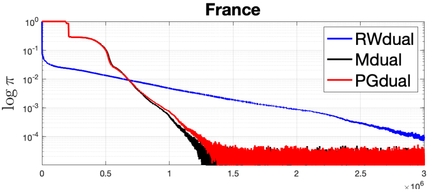
Brouillard total : à quoi ressemble le paysage dans lequel il faut se déplacer ?

Sauvés par l'Optimisation stochastique (aléatoire)
et l'atout "Méthodes de Monte Carlo" !

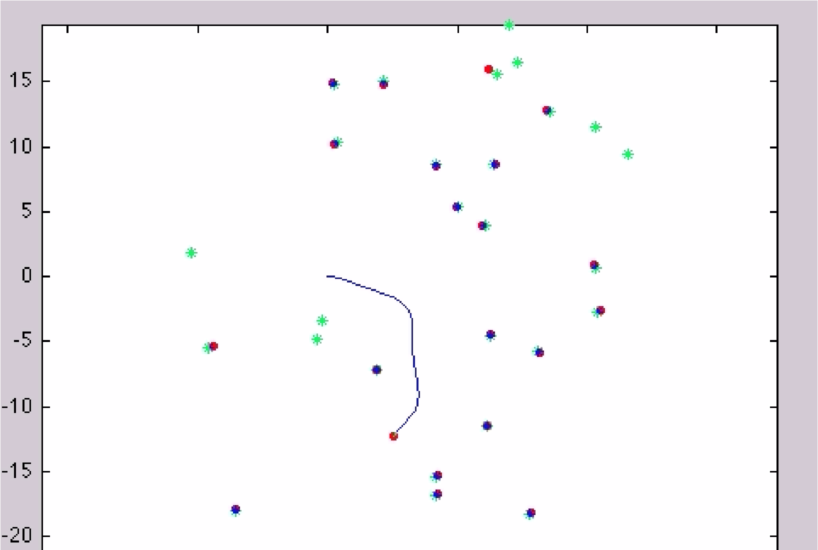
Le tout relevé par de la Simulation aléatoire Monte Carlo

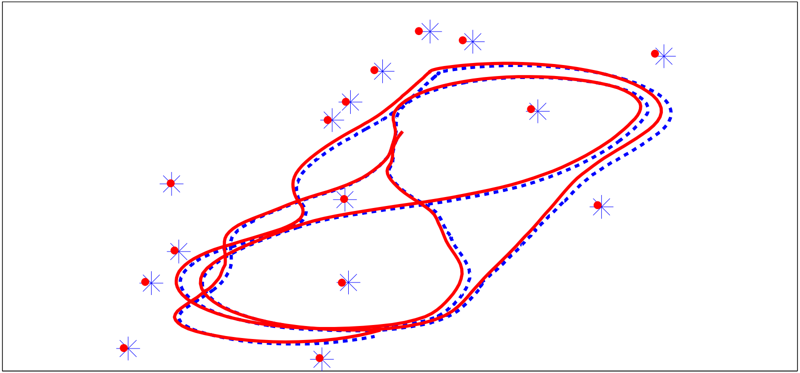
- Quelle suite *d'instructions* pour construire une approximation du *relief* ?
- Comment trouver le point le plus haut lorsque l'on n'a qu'une approximation du vrai *relief* ?





Le résultat ?





Statistique

- modélisation
- décision : estimation
- computationnel : optimisation
- validation : quantification de l'incertitude.

L'optimisation, par des chemins aléatoires