

Exercice 1. Utiliser le schéma de Horner pour évaluer $p(x)$ et ses dérivées successives $p'(x)$, $p''(x)$, etc. en $x = -4$, où

$$p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6.$$

Exercice 2. Trouver le PGCD(p, q) des polynômes

$$p(x) = 3x^4 - 10x^3 + 22x^2 - 24x + 10, \quad q(x) = x^2 - 2x + 3.$$

Exercice 3. Représenter les nombres complexes suivants $z \in \mathbb{C}$ sous la forme $z = x + iy$ avec x, y réels, et sous la forme polaire $z = re^{i\phi}$.

$$z_1 = \frac{1}{1 + i\sqrt{3}}, \quad z_2 = \frac{5 + i}{4 - i}, \quad z_3 = \frac{(5 + i)^4}{(4 - i)^3}, \quad z_4 = \sin(2i).$$

Exercice 4. Pour quels $z \in \mathbb{C}$ la série

$$1 + (2z + 1) + (2z + 1)^2 + \dots$$

est-elle convergente ?

Exercice 5. Analyser la convergence ou divergence des séries suivantes

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + n^2 - n - 1}$$

Exercice 6. Calculer le rayon de convergence des séries entières suivantes :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} (x - 2)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{4^n} x^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} nx^{(n^3)}$$

Exercice 7. Calculer les primitives suivantes :

$$\int \frac{x + 1}{x(x - 1)^3} dx, \quad \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx, \quad \int x \ln(x - 1) dx$$

Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^{2\pi} |\sin x| dx, \quad \int_1^x t^2 \cos t dt$$

Discuter la convergence des intégrales impropres suivantes :

$$\int_0^\infty \frac{x^{3/2}}{1+x^2} dx, \quad \int_{-2}^2 \frac{2x dx}{x^2-1}$$

Exercice 8. Trouver la solution générale de l'équation différentielle

$$y'' - 4y = x$$

Exercice 9. Etant donné les matrices

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad C = [3 \ 2], \quad D = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad F = [0 \ 1 \ -1],$$

former tous les produits matriciels de deux facteurs possibles.

Exercice 8. Trouver la matrice inverse A^{-1} de

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Exercice 9. Trouver la distance de $v = (2, 3, 1)^T$ du sous-espace vectoriel U de \mathbb{R}^3 engendré par les vecteurs $u_1 = (1, 2, 3)^T$ et $u_2 = (1, 3, 1)^T$.

Exercice 10. Quel est le rang de la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}?$$

Exercice 11. Trouver l'ensemble des solutions du système linéaire

$$\begin{aligned} x - y + z - u &= 1 \\ x - y - z + u &= 0 \\ x - y - 2z + 2u &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$