

IRES de Toulouse

Rallye Mathématiques sans Frontières.

Troisième-Second

(14 Mars 2017)

Les cinq exercices sont à traiter par tous les élèves

Exercice 1 - *Distribution de magazines*

1. Nicolas doit distribuer des magazines dans chacune des maisons d'une rue. Par paresse, il décide de ne distribuer ces magazines que dans les maisons dont le numéro est tel que la somme de ses chiffres est divisible à la fois par 3 et par 5.

On sait que dans la rue, les numéros des maisons vont de 10 à 99.

Combien de magazines doit-il distribuer ?

2. Son ami Eustache, passionné de mathématiques, choisit une règle encore plus originale pour la distribution de magazines dans cette même rue : il ne les distribue que si le carré de la somme des chiffres constituant le numéro de la maison est égal à la somme des carrés de ces chiffres.

Combien de magazines doit-il distribuer ?

Exercice 2 - *Mesurer sans plonger sous l'eau*

Astucius a une méthode originale pour mesurer la profondeur d'un lac à un endroit donné. Nous présentons sa méthode sur un exemple.

1ère étape : Il plante verticalement un roseau rectiligne jusqu'au fond du lac. La partie hors de l'eau mesure 1 mètre. Notons A le point d'intersection du roseau et de la surface de l'eau.

2ème étape : Il fait pivoter le roseau autour de l'extrémité qui touche le fond du lac, jusqu'à ce que le haut du roseau arrive à la surface de l'eau, en un point que nous notons B.

3ème étape : Il mesure AB et trouve $AB=3\text{m}$.

1. *Faire une figure en représentant la position initiale du roseau et sa position après qu'on l'ait fait pivoter, en indiquant les données de l'énoncé.*

2. *Quelle est la profondeur du lac ?*

Exercice 3 - Dans un carré

ABCD est un carré. On note I le milieu de [AB], J le milieu de [BC], K le milieu de [CD] et L le milieu de [DA].

On note X l'aire du carré.

1. *Faire une figure.*
2. *Exprimer l'aire du carré IJKL en fonction de X.*
3. *Exprimer l'aire du triangle IJD en fonction de X.*

Exercice 4 - Question de moyennes

Cent élèves passent un concours. La moyenne de leurs notes est égale à 12. Quarante élèves sont reçus ; la moyenne de leurs notes est égale à 14.

1. *Quelle est la somme des notes des quarante élèves reçus ?*
2. *Quelle est la moyenne des notes des soixante élèves collés ?*

Exercice 5 - Transformations successives d'un nombre

On transforme un nombre entier en faisant la somme des carrés de ses chiffres. Par exemple, 31 devient $3^2+1^2=10$. Si on continue, 10 devient $1^2+0^2=1$.

1. *J'effectue six transformations à partir du nombre 48, quel est le nombre trouvé après la sixième transformation ?*
2. *Proposer un prédécesseur de 83 (un nombre qui se transforme en 83).*
3. *Proposer cinq prédécesseurs de 83 (cinq nombres qui se transforment en 83).*