

Bases de programmation en Matlab/Octave

Exercice 1 Nombres et calcul, classe `double`

1. Calculer :

$$\frac{2}{137 + 63} \quad \frac{\frac{2}{3}}{7} \quad \frac{2}{\frac{3}{7}} \quad (2^3)^2 \quad 2^{3^2} \quad 3 - 6 - 12 \quad 3 - (6 - 12)$$

2. À l'aide de `ans` (et de la touche \uparrow), calculer les 10 premières puissances de 2.

3. Calculer :

$$\sin(\pi) \quad \sqrt{2}^2 - 2 \quad 1 + \text{eps} - 1 \quad 1 + \frac{\text{eps}}{2} - 1 \quad 2^{1023} \quad 2^{1024} \quad -\exp(800)$$

$$2^{-1023} \times 2^{-51} \quad 2^{-1023} \times 2^{-52} \quad -10^{-500} \quad \frac{1}{0} \quad -\frac{1}{0}$$

4. Calculer : `2 + Inf` `Inf × -Inf` `Inf - Inf` `sin(Inf)` `√Inf` `Inf/Inf` `Inf/0..`

Exercice 2 Booléens, classe `logical`, `&`, `|`, `~`, `<=`, `==`, `true`, `false`

1. Tester les propositions suivantes :

$$2 + 2 = 4 \quad 2 + 2 = 5 \quad 2 \leq 2 \quad 2 \leq 3 \quad 2 > 3 \quad (1 < 2) \text{ et } (0 = 1) \quad (1 < 2) \text{ et } (3 \leq 3)$$

$$(1 < 2) \text{ ou } (0 = 1) \quad (1 < 2) \text{ ou } (3 \leq 3) \quad \text{non } 2 < 3 \quad \text{non } 0 = 1$$

Faux et (Vrai ou Vrai) (Faux et Vrai) ou Vrai non (Faux et Faux) (non Faux) et Faux

2. Tester les codes suivants et expliquer les résultats obtenus :

- (a) `(2 + 2 == 4) * 15`
- (b) `2.5 & 15`
- (c) `3 | 1 / 0`
- (d) `3 || 1 / 0`
- (e) `0 & NaN`
- (f) `0 && NaN`

Exercice 3 Variables, fin d'instruction et affichage

1. Calculer $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} \right)$ en utilisant une variable intermédiaire.

2. Tester les codes suivants et expliquer les résultats obtenus.

- (a) `x = 4;`
- (b) `x = 4`
- (c) `x = 3, y = 7; z = 5`
- (d) `x = 1; y = x; y = y + 1; x, y`
- (e) `x = 1, class(x), x = true, class(x)`

Exercice 4 `function` `[y1, y2, ...] = ma_fonction(x1, x2, ...); expr ; end`

Programmer les fonctions suivantes dans l'éditeur et les tester.

- 1. La fonction `cube` ayant pour paramètre `x` et qui renvoie `x3`.
- 2. La fonction `f` ayant pour paramètres `x` et `y` et qui renvoie `2x + 3y - 3`.
- 3. La fonction `g` ayant pour paramètre `x` et qui renvoie le couple `(cos(x), sin(x))`.

- La fonction `hello` n'ayant aucun paramètre et qui affiche "Hello World!", suivi d'un passage à la ligne.

Exercice 5 `ma_fonction = @(x1, x2, ...)[...]`

Reprendre les questions 1. et 2. de l'exercice précédent avec des fonctions anonymes.

Exercice 6 `if cond1; exp1; elseif cond2; exp2; else; exp3; end`

- Programmer la fonction `absolue` ayant pour paramètre x et renvoyant sa valeur absolue.
- Programmer la fonction suivante :

$$h(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x & \text{si } 1 < x < 3 \\ x^2 & \text{sinon} \end{cases}$$

Exercice 7 `for var = deb:pas:fin ; expression ; end`

- Calculer la somme $1^2 + 2^2 + \dots + 30^2$.
- Calculer la somme des cubes des nombres impairs inférieurs à 100.
- Écrire une fonction qui prend en paramètre n et qui calcule u_n , défini de la façon suivante :

$$\begin{cases} u_0 & = 1 \\ u_{n+1} & = \sqrt{1 + u_n} \end{cases}$$

- Écrire une fonction qui calcule la somme suivante :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i j$$

Exercice 8 `while condition ; expression ; end`

- Calculer le plus petit entier N tel que $\ln(\ln(N)) \geq 2$.
- Soit $\ell = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Calculer le plus petit entier N tel que $|\ell - u_N| \leq 10^{-6}$, où u_n est la suite définie dans l'exercice précédent.

Exercice 9 `A = [a11 a12 ... a1n ; a21 ... a2n ; am1 ... amn]`

- Dans la fenêtre de commandes ou dans un script créer la matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & -10 & 3 \\ -1 & 1 & 3 & 10 \end{bmatrix}$.
- Taper les commandes suivantes, commenter.
 - `A(2,3)`
 - `size(A)`
 - `class(A)`
 - `numel(A)`
 - `A(1, end)`
 - `A(end, 2)`
 - `A(12, 76)`
- Même question pour :
 - `A(1, 2) = 3`

- (b) `A(1, end)` = 78
 - (c) `A(4, 2)` = 52
4. Même question pour :
- (a) `A'`
 - (b) `sum(A)`
 - (c) `cumsum(A)`
5. Comment calculer la somme de tous les éléments de la matrice A ?

Exercice 10 Opérations sur les matrices

1. Entrer à nouveau la matrice A de l'exercice précédent. Entrer également les matrices B , C et D ci-dessous :

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 5 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Taper les commandes suivantes et commenter :
- (a) `A + B`
 - (b) `A + C`
 - (c) `2 * D`
 - (d) `3 * A - 2 * B`
3. Taper les commandes suivantes et commenter :
- (a) `A .* B`
 - (b) `A .* C`
 - (c) `A .^ 2`
 - (d) `B ./ A`
 - (e) `C ./ D`
4. Même question pour :
- (a) `A * B`
 - (b) `A * C`
 - (c) `D * B`
 - (d) `D ^ 2`
 - (e) `B ^ 2`
5. Même question pour :
- (a) `exp(A)`
 - (b) `sin(C)`

Exercice 11 Création de Matrices

1. Taper les commandes suivantes, commenter.
- (a) `zeros(2, 6)`
 - (b) `zeros(5)`
 - (c) `ones(2, 6)`
 - (d) `eye(3)`

2. Même question avec
 - (a) `1:10`
 - (b) `2:3:20`
 - (c) `1:.1:10`
 - (d) `linspace(0, pi, 10)`

Exercice 12 `tic`, `toc`

1. Calculer en une ligne de code, 17 caractères, la somme $1^2 + 2^2 + \dots + 10000^2$.
2. Comparer le temps de calcul avec la solution utilisant une boucle `for`.

Exercice 13 Découpage

On considère de nouveau la matrice A de l'exercice 9. Sans jamais entrer de coefficient, faire apparaître dans la fenêtre de commande les matrices suivantes :

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -10 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ -10 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercice 14 `plot`, `linspace`, `axis`

1. Tracer la courbe de la fonction $x \mapsto \sin(x)$ pour x dans $[-\pi; \pi]$.
2. Tracer la courbe de la fonction $x \mapsto x^3 - 3x^2$ pour x dans $[-10; 10]$, sans rien changer d'abord, puis pour y dans $[-100; 100]$.

Exercice 15 Indexation logique

Entrer la matrice $T = [-1 \ 3 \ 1 \ 5 \ -4]$. Que font les instructions suivantes ?

1. `T > 0`
2. `T < 0 | T == 5`
3. `find(T < 0)`
4. `T(find(T < 0))`
5. `T(T < 0)`

Exercice 16 `mod(x,n)` (<https://projecteuler.net/problem=1>)

Calculer, sans boucle et avec une seule ligne de code la somme de tous les entiers entre 1 et 10000 qui sont multiples de 3 ou de 5.

Exercice 17 Gammes

1. Écrire les tables de multiplication sous la forme d'une matrice 10×10 .
2. Changer la troisième colonne de façon à avoir la table de 12 à la place.
3. Supprimer la troisième colonne.
4. Remettre la table de 3 dans la troisième colonne.
5. Ajouter une ligne, de façon à avoir les multiples de 11.

Exercice 18 Gammes (2)

1. Créer une matrice 5×3 dont toutes les lignes sont égales à `[2 5 1]`.
2. Mettre la troisième ligne à 0.

3. Mettre la diagonale à 3.
4. Changer la matrice en une matrice 3×5 .

Exercice 19 Gammes (3)

1. Construire un vecteur ligne T de 20 nombres aléatoires entre 0 et 1.
2. Construire une matrice ayant 5 lignes toutes égales à T .
3. Construire une matrice ayant 4 colonnes toutes égales à T .
4. Calculer la valeur moyenne des éléments de T .
5. Compter le nombre d'éléments de T qui sont inférieurs à 0, 1.
6. Construire la matrice ligne U de taille 20 telle que,

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, 20\}, \quad U_i = \begin{cases} 0 & \text{si } T_i \leq 0, 2 \\ 1 & \text{si } 0, 2 \leq T_i \leq 0, 5 \\ 2 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Exercice 20 Gammes (4)

En ne faisant que des opérations matricielles, créer les vecteurs suivants :

$$\left(\frac{1}{k^2}\right)_{1 \leq k \leq 10} \quad \left(\exp\left(1 + \frac{k}{10}\right)\right)_{0 \leq k \leq 10} \quad (2k + \sin(k))_{0 \leq k \leq 10}$$

Exercice 21 Gammes (5)

1. Créer un vecteur ligne de taille 20 dont les 10 premiers éléments sont des 0 et les 10 suivants sont des 1.
2. Créer un vecteur ligne de taille 20 dont les éléments sont successivement +1 et -1.
3. Créer une matrice carrée de taille 10, triangulaire supérieure, dont tous les coefficients non nuls sont égaux à 1.

Exercice 22 Test de primalité

Écrire une fonction `est_premier(n)` qui renvoie vrai si et seulement si n est un entier naturel premier.

Exercice 23

Écrire une fonction `triangle_pascal(n)` qui renvoie une matrice de taille $(n, n + 1)$, complétée par des 0 correspondant au triangle de Pascal de hauteur n .

Exercice 24

Écrire une fonction renvoyant la liste de tous les nombres premiers inférieurs ou égaux à son argument en utilisant la méthode du crible d'Ératosthène. Représenter graphiquement la fonction

$$x \mapsto \frac{\pi(x) \ln(x)}{x},$$

où $\pi(x)$ est le nombre de nombres premiers inférieurs ou égaux à x .

Exercice 25 (<https://projecteuler.net/problem=2>)

Trouver la somme des termes pairs de la suite de Fibonacci inférieurs ou égaux à 4 millions. Même question sans boucle ni récursivité.

Exercice 26 Formule de Stirling

Écrire la suite des quotients

$$q_n = \frac{n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}}{n!}$$

pour $n = 1, \dots, 1000$, et représenter graphiquement la suite (q_n) .