

**Objectif du cours.** Ce cours de licence a pour objectif de familiariser les étudiants avec les équations et systèmes différentiels. On donnera des éléments de résolution explicite de certaines équations différentielles dans certains cas. On s'attachera également à introduire des notions élémentaires de systèmes dynamiques (stabilité, convergence, fonction de Lyapunov, diagrammes de phases...) dans le contexte des équations différentielles. Ces éléments permettront d'étudier le comportement asymptotique des solutions d'équations différentielles au voisinage de leurs points d'équilibre. À travers l'étude d'exemples tirés de l'économie, de la physique et de la biologie, le but est de rendre les étudiants capables d'étudier de façon autonome une équation différentielle.

**Plan du cours.**

**Chapitre 1** Équations différentielles réelles

1. Équations différentielles linéaires du premier ordre
2. Équations différentielles non-linéaires du premier ordre
3. Introductions aux équations différentielles du second ordre à coefficients constants

**Chapitre 2** Systèmes différentiels linéaires, stabilité linéaire

1. Rappels et compléments sur les matrices
2. Résolution de systèmes linéaires d'équations à coefficients constants
3. Diagramme de phase et stabilité

**Chapitre 3** Systèmes différentiels non-linéaires

1. Existence, unicité de solutions
2. Plan de phase
3. Linéarisation au voisinage d'un équilibre
4. Stabilité, fonctions de Lyapunov

**Évaluation.** Le cours est évalué par un contrôle continu constitué:

- d'un examen le 20 décembre 2018 de 8h30 à 10h30;
- d'un partiel le 25 octobre 2017 de 8h30 à 10h30;
- de deux devoirs maison optionnels, pouvant améliorer les notes reçues en examen.

**Prérequis.** On supposera dans tout le cours que les étudiants sont familiarisés avec les techniques de dérivation, d'intégration [intégration par parties, réduction en éléments simples, changements de variables, etc.], les notions simples d'algèbre linéaire et les matrices. Quelques rappels pourront être faits, mais il sera de la responsabilité des élèves de s'assurer de leur familiarité avec ces notions, et si nécessaire de compléter leurs connaissances.

**Déroulement du cours.** Le cours est de 8h30 à 10h, suivi du TD de 10h15 à 11h45. Il est demandé aux étudiants arrivant avec plus de 10 min de retard de ne pas entrer dans la salle pour ne pas déranger le bon déroulement du cours.

Les étudiants doivent rester silencieux pendant le cours, sauf pour poser des questions directement liées au cours à l'enseignant. En TD, les étudiants pourront discuter les exercices en petits groupes, à condition que le volume sonore reste faible. Lors de la correction d'un exercice, il est demandé aux étudiants de faire silence.

Les exercices de TD sont une partie importante du processus d'apprentissage, en particulier dans ce cours. En effet, l'objectif du cours consiste en grande partie à acquérir des savoir-faire, encore plus que des connaissances.

**Bibliographie.** M. HIRSCH et S. SMALE, *Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra*, Academic Press.

L. PONTRIAGUINE *Équations différentielles ordinaires*, Editions Mir, 1975.

C. SIMON et L. BLUME, *Mathematics for Economics*, W. W. Norton & Company, 1994. (Chapitre 24 et 25).

JOS LEYS, ÉTIENNE GHYS et AURÉLIEN ALVAREZ, *Chaos*, disponible sur <http://www.chaos-math.org/fr>, ainsi que sur différentes plate-formes de partages de vidéos en ligne.