Corrigé du TD6

10 avril 2019

Exercice 3

1. On pose $u(t) = t - 1$ et on cherche v telle que $v'(t) = e^{2t}$. On peut prendre par exemple $v(t) = \frac{e^{2t}}{2}$. La formule d'intégration par parties donne alors :

$$\begin{aligned}
\int_0^2 (t-1)e^{2t}\,dt &= \big[(t-1)\frac{e^{2t}}{2}\big]_0^2 - \int_0^2 1 \times \frac{e^{2t}}{2}\,dt \\
&= \big[(2-1)\frac{e^{2\times 2}}{2} - (0-1)\frac{e^{2\times 0}}{2}\big] - \frac{1}{2}\big[\frac{e^{2t}}{2}\big]_0^2 \\
&= \frac{e^4}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(\frac{e^{2\times 2}}{2} - \frac{1}{2}) \\
&= \frac{e^4+3}{4}.
\end{aligned}$$

2. On pose $u(t) = 2t$ et on cherche v telle que $v'(t) = \sin(3t)$. On peut prendre par exemple $v(t) = -\frac{\cos(3t)}{3}$. La formule d'intégration par parties donne alors :

$$\begin{aligned}
\int_0^\pi 2t\sin(3t)\,dt &= \big[2t \times \big(-\frac{\cos(3t)}{3}\big)\big]_0^\pi - \int_0^\pi 2 \times \big(-\frac{\cos(3t)}{3}\big)\,dt \\
&= 2\pi \times \big(-\frac{\cos(3\pi)}{3}\big) + \frac{2}{3}\big[\frac{\sin(3t)}{3}\big]_0^\pi \\
&= \frac{2\pi}{3}.
\end{aligned}$$

Remarque 1. Pour savoir qui doit jouer le rôle de l'application u que l'on va devoir dériver (l'intégrale initiale $\int uv'$ se transformant en $[uv] - \int u'v$), on peut tenter d'appliquer l'astuce **ALPES**, qui conseille de choisir en priorité **A**RCTAN, puis **L**OGARITHME, **P**OLYNÔMES, **E**XPONENTIELLE et **S**INUS (ou cosinus).