

TD 3 - ANALYSE DE DONNÉES.

Exercice 1

Reprendre l'exercice 7 du TD2.

Exercices pratiques sur le thème des valeurs propres de matrices

Exercice 2

Calculer les valeurs propres et vecteurs propres des matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -7 & -6 \\ 9 & 8 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 3

Trouver les valeurs propres et vecteurs propres de la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Montrer qu'il n'y a qu'au plus 2 vecteurs propres indépendants. Conclusion ?

Exercice 4

On considère la matrice d'une application linéaire, donnée par

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer les valeurs propres de .
2. A est-elle diagonalisable ? Si oui, la diagonaliser puis calculer A^n , pour tout n entier.

Un peu d'ACP

On désire faire une Analyse en Composantes Principales d'un tableau de 15 enfants, dont on mesure la maturité, mesurée sur 6 variables quantitatives. Les variables observées sont CUB (Compréhension de cubes), PUZ (Assemblage d'objets), CAL (Calcul mental), MEM (Mémoire immédiate des chiffres), COM (Compréhension des phrases), VOC (Vocabulaire). Le protocole observé est le suivant :

	CUB	PUZ	CAL	MEM	COM	VOC
I1	5	5	4	0	1	1
I2	4	3	3	2	2	1
I3	2	1	2	3	2	2
I4	5	3	5	3	4	3
I5	4	4	3	2	3	2
I6	2	0	1	3	1	1
I7	3	3	4	2	4	4
I8	1	2	1	4	3	3
I9	0	1	0	3	1	0
I10	2	0	1	3	1	0
I11	1	2	1	1	0	1
I12	4	2	4	2	1	2
I13	3	2	3	3	2	3
I14	1	0	0	3	2	2
I15	2	1	1	2	3	2

1. Calculer la matrice des corrélations.
2. On obtient comme valeurs propres de cette matrice de corrélation la table suivante :

	Val Propre	% Total Variance	Cumul Val Propre	Cumul %
1	3.2581	54.3020	3.2581	54.3020
2	1.8372	30.6194	5.0953	84.9214
3	0.4430	7.3831	5.5383	92.3044
4	0.2538	4.2292	5.7920	96.5337
5	0.1679	2.7990	5.9600	99.3327
6	0.0400	0.6673	6	100.00

On choisit de n'étudier que les deux premières composantes principales. Justifier ce choix en analysant le tableau des valeurs propres.

3. Quels sont les sous-ensembles de variables 2 par 2 les plus fortement corrélés entre eux ?
4. Comment s'organisent les signes "+" et "-" dans le tableau des coefficients de corrélation ? Commenter.

5. Quel est l'individu le moins bien représenté dans le premier plan principal ? Quel est l'individu le mieux représenté ?
6. Quels sont les individus dont la formation de la première composante principale est

supérieure à la moyenne ? Pour chacun d'eux, préciser le signe de la coordonnée correspondante. Caractériser cet axe en terme d'opposition entre individus.

7. Même question pour le deuxième axe.