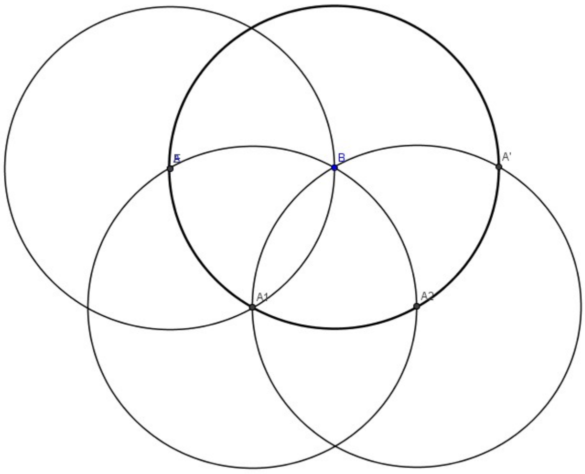
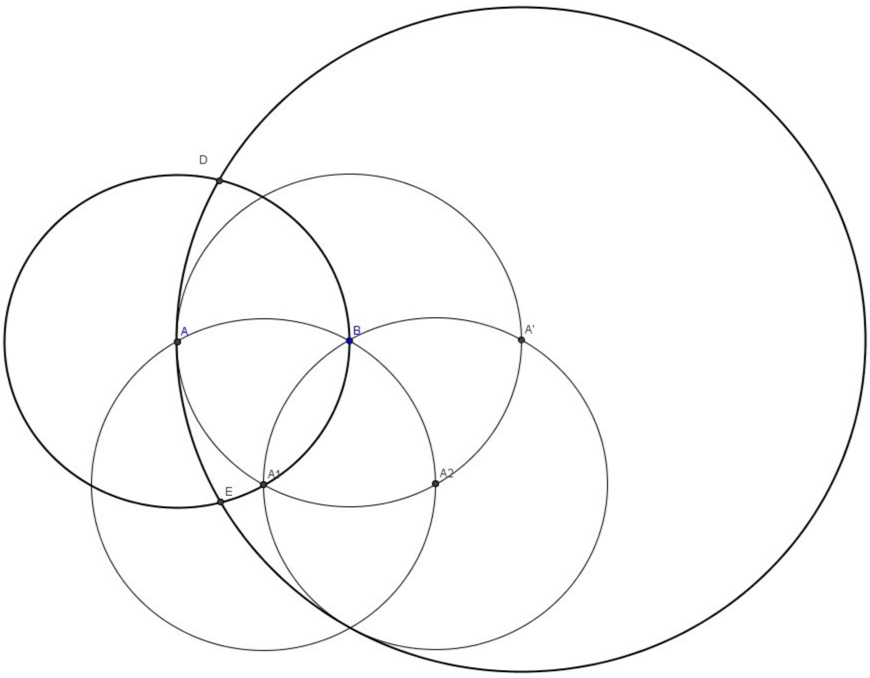
Construire le milieu de [AB] au compas seul (sans règle).

1ière étape.
On construit le point A', symétrique de A par rapport à B.
méthode : comme pour une rosace : on a trois triangles équilatéraux, et donc l'angle $\widehat{ABA'}$ est plat, et BA = BA'.



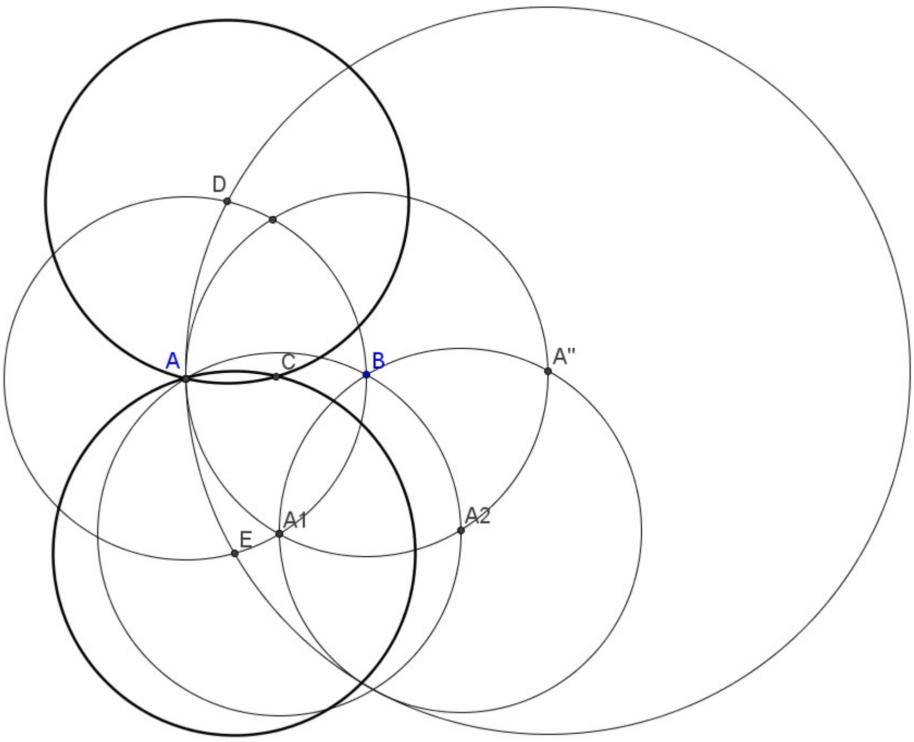
2ième étape.
On appelle D et E les deux points d'intersection du cercle de centre A et de rayon AB et du cercle de centre A' et de rayon 2 AB.



3ième étape.

On trace le cercle de centre D et de rayon AB et le cercle de centre E et de rayon AB, On appelle C leur point d'intersection distinct de A.

Affirmation : C est le milieu de [AB].



Preuve de l'affirmation : (rédaction succinte, à compléter par une figure)

Soit A" le symétrique de A par rapport à A',

Soit H le point d'intersection de (AA") et de (DE).

ADCE est un losange, donc les diagonales se coupent en leur milieu et à angle droit.

Les deux triangles ADA" et AHD sont rectangles. (Ce sont des triangles semblables.)

Cos $\widehat{DAB} = \frac{AH}{AD} = \frac{AD}{AA''}$. D'où : $AH \times AA'' = AD^2$.

Or $AA'' = 4 \times AB$ et $AD = AB$. En remplaçant dans l'égalité précédente, on obtient :

$AH \times 4 \quad AB = AB^2$ et en simplifiant : $AH = \frac{AB}{4}$.

Comme H est milieu de [AC], on obtient $AC = \frac{AB}{2}$.

Ce qui permet, vu l'alignement de conclure : C est le milieu de [AB]