

Cours de Statistiques élémentaires

Clément Rau

Laboratoire de Mathématiques de Toulouse
Université Paul Sabatier-IUT GEA Ponsan

Module: Outils maths pour la gestion (S1)

Préambule

Motivations :

- Mode spectateur, récupération de données

Préambule

Motivations :

- Mode spectateur, récupération de données
- Analyser ces données.

Préambule

Motivations :

- Mode spectateur, récupération de données
- Analyser ces données. Objectifs à plus ou moins long terme :

Préambule

Motivations :

- Mode spectateur, récupération de données
- Analyser ces données. Objectifs à plus ou moins long terme :
 - Comparer des séries

Préambule

Motivations :

- Mode spectateur, récupération de données
- Analyser ces données. Objectifs à plus ou moins long terme :
 - Comparer des séries
 - Fabriquer les paramètres, qui seront utiles pour les tests statistiques

Préambule

Motivations :

- Mode spectateur, récupération de données
- Analyser ces données. Objectifs à plus ou moins long terme :
 - Comparer des séries
 - Fabriquer les paramètres, qui seront utiles pour les tests statistiques
 - Intervalles de confiance.

Préambule

Motivations :

- Mode spectateur, récupération de données
- Analyser ces données. Objectifs à plus ou moins long terme :
 - Comparer des séries
 - Fabriquer les paramètres, qui seront utiles pour les tests statistiques
 - Intervalles de confiance.

1 Introduction

- Exemples
- Quelques définitions élémentaires

2 Présentation des données

- Liste
- Tableaux
- Quelques définitions associées à ces représentations
- Représentations graphiques

3 Paramètres de position

- Moyenne
- Médiane
- Mode

4 Paramètres de dispersion

- Etendue
- Ecart moyen
- Variance-Ecart-type
- Quartiles
- Boîte de dispersion

1 Introduction

• Exemples

- Quelques définitions élémentaires

2 Présentation des données

- Liste
- Tableaux
- Quelques définitions associées à ces représentations
- Représentations graphiques

3 Paramètres de position

- Moyenne
- Médiane
- Mode

4 Paramètres de dispersion

- Etendue
- Ecart moyen
- Variance-Ecart-type

Introduction

Présentation des données
Paramètres de position
Paramètres de dispersion

Exemples

Quelques définitions élémentaires

intro

- Les Statistiques : Collection de chiffres relatif à un phénomène.

intro

- Les Statistiques : Collection de chiffres relatif à un phénomène.
- La Statistique : Ensemble des procédés qui ont pour but l'étude mathématiques des *statistiques* à des fins d'interprétation. Extraire de l'information.

intro

A la base de toute étude statistiques, il y a une population formée *d'individus* sur lesquels on observe un ou des *caractères*

intro

A la base de toute étude statistiques, il y a une population formée *d'individus* sur lesquels on observe un ou des *caractères*

Par exemple, pour fixer les idées, on peut penser en terme de population humaine, les individus sont des personnes et les caractères observés peuvent être :

intro

A la base de toute étude statistiques, il y a une population formée *d'individus* sur lesquels on observe un ou des *caractères*

Par exemple, pour fixer les idées, on peut penser en terme de population humaine, les individus sont des personnes et les caractères observés peuvent être :

- morphologiques (taille, poids, couleur des yeux,..)

intro

A la base de toute étude statistiques, il y a une population formée *d'individus* sur lesquels on observe un ou des *caractères*

Par exemple, pour fixer les idées, on peut penser en terme de population humaine, les individus sont des personnes et les caractères observés peuvent être :

- morphologiques (taille, poids, couleur des yeux,..)
- physiologiques (groupe sanguin, taux de cholestérol...)

intro

A la base de toute étude statistiques, il y a une population formée *d'individus* sur lesquels on observe un ou des *caractères*

Par exemple, pour fixer les idées, on peut penser en terme de population humaine, les individus sont des personnes et les caractères observés peuvent être :

- morphologiques (taille, poids, couleur des yeux,..)
- physiologiques (groupe sanguin, taux de cholestérol...)
- psychologiques (réaction à un test, sondage,...)

Introduction

Présentation des données

Paramètres de position

Paramètres de dispersion

Exemples

Quelques définitions élémentaires

Quelques exemples

Quelques exemples

Population	Caractère
éléments chimique	nombre d'isotopes
galaxie	nombre d'étoiles
chromosome	nombre de gènes
ville	taux d'imposition
pays	PIB
entreprises d'une région	bénéfice

1 Introduction

- Exemples
- **Quelques définitions élémentaires**

2 Présentation des données

- Liste
- Tableaux
- Quelques définitions associées à ces représentations
- Représentations graphiques

3 Paramètres de position

- Moyenne
- Médiane
- Mode

4 Paramètres de dispersion

- Etendue
- Ecart moyen
- Variance-Ecart-type

Quelques définitions élémentaires

- Individu : éléments d'une population.
- Caractère : propriété étudiée dans une étude statistique. Il peut être :
 - *qualitatif*, non mesurable. Ex : couleur des yeux, sexe...
 - *quantitatif*, mesurable. Ex : taille, chiffre d'affaire...
 - *discret*, il prend des valeurs isolées. Ex : nombre d'enfants par famille...
 - *continu*, il prend toutes les valeurs d'un intervalle. Ex : taille, poids...

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Population : tout ensemble d'éléments sur lequel portent des observations.

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Population : tout ensemble d'éléments sur lequel portent des observations.
- Individu : éléments d'une population.

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Population : tout ensemble d'éléments sur lequel portent des observations.
- Individu : éléments d'une population.
- Caractère : propriété étudiée dans une étude statistique.

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Population : tout ensemble d'éléments sur lequel portent des observations.
- Individu : éléments d'une population.
- Caractère : propriété étudiée dans une étude statistique. Il peut être :

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Population : tout ensemble d'éléments sur lequel portent des observations.
- Individu : éléments d'une population.
- Caractère : propriété étudiée dans une étude statistique. Il peut être :
 - *qualitatif* , non mesurable. Ex : couleur des yeux, sexe...

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Population : tout ensemble d'éléments sur lequel portent des observations.
- Individu : éléments d'une population.
- Caractère : propriété étudiée dans une étude statistique. Il peut être :
 - *qualitatif* , non mesurable. Ex : couleur des yeux, sexe...
 - *quantitatif* , mesurable. Ex : taille, chiffre d'affaire...

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Population : tout ensemble d'éléments sur lequel portent des observations.
- Individu : éléments d'une population.
- Caractère : propriété étudiée dans une étude statistique. Il peut être :
 - *qualitatif* , non mesurable. Ex : couleur des yeux, sexe...
 - *quantitatif* , mesurable. Ex : taille, chiffre d'affaire...
 - *discret*, il prend des valeurs isolées. Ex : nombre d'enfants par famille...

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Population : tout ensemble d'éléments sur lequel portent des observations.
- Individu : éléments d'une population.
- Caractère : propriété étudiée dans une étude statistique. Il peut être :
 - *qualitatif*, non mesurable. Ex : couleur des yeux, sexe...
 - *quantitatif*, mesurable. Ex : taille, chiffre d'affaire...
 - *discret*, il prend des valeurs isolées. Ex : nombre d'enfants par famille...
 - *continu*, il prend toutes les valeurs d'un intervalle. Ex : taille, poids...

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Population : tout ensemble d'éléments sur lequel portent des observations.
- Individu : éléments d'une population.
- Caractère : propriété étudiée dans une étude statistique. Il peut être :
 - *qualitatif* , non mesurable. Ex : couleur des yeux, sexe...
 - *quantitatif* , mesurable. Ex : taille, chiffre d'affaire...
 - *discret*, il prend des valeurs isolées. Ex : nombre d'enfants par famille...
 - *continu*, il prend toutes les valeurs d'un intervalle. Ex : taille, poids...

Quelques définitions élémentaires

Une série statistique peut être :

- *unidimensionnelle*, une seule variable statistique.
- *bidimensionnelle*, [*multidimensionnelle*], deux [plusieurs] variables statistiques
- Echantillon : partie de la population qui fait l'objet des mesures.

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Série statistique : ensemble des données correspondant à l'étude d'un caractère.

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Série statistique : ensemble des données correspondant à l'étude d'un caractère. Une série statistique peut être :

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Série statistique : ensemble des données correspondant à l'étude d'un caractère. Une série statistique peut être :
 - *unidimensionnelle*, une seule variable statistique.

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Série statistique : ensemble des données correspondant à l'étude d'un caractère. Une série statistique peut être :
 - *unidimensionnelle*, une seule variable statistique.
 - *bidimensionnelle*, [*multidimensionnelle*], deux [plusieurs] variables statistiques

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Série statistique : ensemble des données correspondant à l'étude d'un caractère. Une série statistique peut être :
 - *unidimensionnelle*, une seule variable statistique.
 - *bidimensionnelle*, [*multidimensionnelle*], deux [plusieurs] variables statistiques

Quelques définitions élémentaires

Définitions :

- Série statistique : ensemble des données correspondant à l'étude d'un caractère. Une série statistique peut être :
 - *unidimensionnelle*, une seule variable statistique.
 - *bidimensionnelle*, [*multidimensionnelle*], deux [plusieurs] variables statistiques
- Echantillon : partie de la population qui fait l'objet des mesures.

Les informations constituant le matériau des séries statistiques sont souvent collectées par l'intermédiaire de sondages d'enquêtes et de questionnaires.

Les informations constituant le matériau des séries statistiques sont souvent collectées par l'intermédiaire de sondages d'enquêtes et de questionnaires.
Ces données sont parfois très conséquentes et doivent être présentées sous une forme "lisible"...

Les informations constituant le matériau des séries statistiques sont souvent collectées par l'intermédiaire de sondages d'enquêtes et de questionnaires.

Ces données sont parfois très conséquentes et doivent être présentées sous une forme "lisible"...

On présente ici qqes exemples aux quels on fera référence tout au long du cours.

1 Introduction

- Exemples
- Quelques définitions élémentaires

2 Présentation des données

- Liste
- Tableaux
- Quelques définitions associées à ces représentations
- Représentations graphiques

3 Paramètres de position

- Moyenne
- Médiane
- Mode

4 Paramètres de dispersion

- Etendue
- Ecart moyen
- Variance-Ecart-type

Série brute

C'est la représentation sous la forme la plus "brute". La série est formée par la collection de tous les nombres.

Série brute

C'est la représentation sous la forme la plus "brute". La série est formée par la collection de tous les nombres.

Ex :

$$S = \{5, 1, -4, 13, 0, 43, 23, -11\}$$

- 1 Introduction
 - Exemples
 - Quelques définitions élémentaires
- 2 **Présentation des données**
 - Liste
 - **Tableaux**
 - Quelques définitions associées à ces représentations
 - Représentations graphiques
- 3 Paramètres de position
 - Moyenne
 - Médiane
 - Mode
- 4 Paramètres de dispersion
 - Etendue
 - Ecart moyen
 - Variance-Ecart-type

Tableau pour une série à caractère qualitatif

Exemple :

Tableau pour une série à caractère qualitatif

Exemple :

Profession des parents	Professions libérales	Commerce, Industrie	Banques, Assurances	Artisans, PMI	Agriculteurs
Nombre d'admis	53	91	15	14	11

Tableau pour une série à caractère qualitatif

Exemple :

Profession des parents	Professions libérales	Commerce, Industrie	Banques, Assurances	Artisans, PMI	Agriculteurs
Nombre d'admis	53	91	15	14	11

Tableau fournissant le nombre d'admis à un concours en fonction de la profession des parents.

Tableau pour une série à caractère quantitatif discret

Tableau pour une série à caractère quantitatif discret

Exemple :

Tableau pour une série à caractère quantitatif discret

Exemple :

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1

Tableau fournissant le nombre de famille d'un ensemble immobilier en fonction du nombre d'enfant x_i .

Tableau pour une série à caractère quantitatif continu

Exemple de série regroupée par classe :

Tableau pour une série à caractère quantitatif continu

Exemple de série regroupée par classe :

Tableau pour une série à caractère quantitatif continu

Exemple de série regroupée par classe :

Classes	[120; 130[[130; 140[[140; 150[[150; 160[[160; 170[
Nbr d'élèves	1	4	35	80	48

[170; 180[[180; 190[[190; 200[
25	6	1

Tableau fournissant la répartition des tailles des élèves d'un établissement scolaire en classes d'amplitude 10 cm.

- 1 Introduction
 - Exemples
 - Quelques définitions élémentaires
- 2 **Présentation des données**
 - Liste
 - Tableaux
 - **Quelques définitions associées à ces représentations**
 - Représentations graphiques
- 3 Paramètres de position
 - Moyenne
 - Médiane
 - Mode
- 4 Paramètres de dispersion
 - Etendue
 - Ecart moyen
 - Variance-Ecart-type

Définitions

Définitions

- Amplitude d'une classe : Différence des bornes de la classe.

Définitions

- Amplitude d'une classe : Différence des bornes de la classe.
- Valeur centrale d'une classe : Demi somme des bornes de la classe.

Définitions

- Amplitude d'une classe : Différence des bornes de la classe.
- Valeur centrale d'une classe : Demi somme des bornes de la classe.
- Effectif d'une classe (ou d'un caractère) : Nombre d'individus appartenant à la classe considérée (ou ayant le caractère considéré).

Définitions

- Amplitude d'une classe : Différence des bornes de la classe.
- Valeur centrale d'une classe : Demi somme des bornes de la classe.
- Effectif d'une classe (ou d'un caractère) : Nombre d'individus appartenant à la classe considérée (ou ayant le caractère considéré).

Définitions

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- **Effectif total** : vaut $N := \sum_{j=1}^p n_j$.

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- **Effectif total** : vaut $N := \sum_{j=1}^p n_j$.
- **Effectif cumulé croissant associé à la classe i** : c'est le nombre d'individus ayant un caractère inférieur ou égal à ceux de la classe i ,

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- **Effectif total** : vaut $N := \sum_{j=1}^p n_j$.
- **Effectif cumulé croissant associé à la classe i** : c'est le nombre d'individus ayant un caractère inférieur ou égal à ceux de la classe i , et donc il vaut :

$$n_i^{c\uparrow} = \sum_{j=1}^i n_j.$$

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- **Effectif total** : vaut $N := \sum_{j=1}^p n_j$.
- **Effectif cumulé croissant associé à la classe i** : c'est le nombre d'individus ayant un caractère inférieur ou égal à ceux de la classe i , et donc il vaut :

$$n_i^{c\uparrow} = \sum_{j=1}^i n_j.$$

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- **Effectif total** : vaut $N := \sum_{j=1}^p n_j$.
- **Effectif cumulé décroissant associé à la classe i** : c'est le nombre d'individus ayant un caractère supérieur ou égal à ceux de la classe i ,

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- **Effectif total** : vaut $N := \sum_{j=1}^p n_j$.
- **Effectif cumulé décroissant associé à la classe i** : c'est le nombre d'individus ayant un caractère supérieur ou égal à ceux de la classe i , et donc il vaut :

$$n_i^{c\downarrow} = \sum_{j=i}^p n_j.$$

Définitions

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_j	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_j	...	n_p

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- Fréquence de la classe i : $f_i = \frac{n_i}{N}$

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- Fréquence de la classe i : $f_i = \frac{n_i}{N}$
- Fréquence cumulée croissante associée à la classe i : c'est la fréquence du nombre d'individus ayant un caractère inférieur ou égal à ceux de la classe i ,

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- Fréquence de la classe i : $f_i = \frac{n_i}{N}$
- Fréquence cumulée croissante associée à la classe i : c'est la fréquence du nombre d'individus ayant un caractère inférieur ou égal à ceux de la classe i , et donc elle vaut :

$$f_i^{c\wedge} = \sum_{j=1}^i f_j = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i n_j.$$

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- Fréquence de la classe i : $f_i = \frac{n_i}{N}$
- Fréquence cumulée croissante associée à la classe i : c'est la fréquence du nombre d'individus ayant un caractère inférieur ou égal à ceux de la classe i , et donc elle vaut :

$$f_i^{c\wedge} = \sum_{j=1}^i f_j = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i n_j.$$

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- Fréquence de la classe i : $f_i = \frac{n_i}{N}$
- Fréquence cumulée décroissante associée à la classe i : c'est la fréquence du nombre d'individus ayant un caractère supérieur ou égal à ceux de la classe i ,

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- Fréquence de la classe i : $f_i = \frac{n_i}{N}$
- Fréquence cumulée décroissante associée à la classe i : c'est la fréquence du nombre d'individus ayant un caractère supérieur ou égal à ceux de la classe i , et donc elle vaut :

$$f_i^{c\downarrow} = \sum_{j=i}^p f_j = \frac{1}{N} \sum_{j=i}^p n_j.$$

Définitions

Soit une série à caractère quantitatif où les classes (ou les caractères) ont été ordonné par ordre croissant.

Par ex :

Classe	C_1	C_2	...	C_i	...	C_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- Fréquence de la classe i : $f_i = \frac{n_i}{N}$
- Fréquence cumulée décroissante associée à la classe i : c'est la fréquence du nombre d'individus ayant un caractère supérieur ou égal à ceux de la classe i , et donc elle vaut :

$$f_i^{c\downarrow} = \sum_{j=i}^p f_j = \frac{1}{N} \sum_{j=i}^p n_j.$$

Définitions

Définitions

Exo : Faire le tableau des effectifs cumulés croissants et décroissants pour le nombre d'enfants par famille et les tailles.

Eff cumulés pour le nbr d'enfants par famille

Eff cumulés pour le nbr d'enfants par famille

Exemple :

Eff cumulés pour le nbr d'enfants par famille

Exemple :

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1
eff cum ↗	34	152	405	481	509	512	513
eff cum ↘	513	479	361	108	32	4	1

Eff cumulés pour les tailles

Exemple de série regroupée par classe :

Eff cumulés pour les tailles

Exemple de série regroupée par classe :

Eff cumulés pour les tailles

Exemple de série regroupée par classe :

Classes	[120; 130[[130; 140[[140; 150[[150; 160[[160; 170[
Effectif	1	4	35	80	48
Eff cum ↗	1	5	40	120	168
Eff cum ↘	200	199	195	160	80

classes	[170; 180[[180; 190[[190; 200[
Effectif	25	6	1
Eff cum ↗	193	199	200
Eff cum ↘	32	7	1

1 Introduction

- Exemples
- Quelques définitions élémentaires

2 Présentation des données

- Liste
- Tableaux
- Quelques définitions associées à ces représentations
- Représentations graphiques

3 Paramètres de position

- Moyenne
- Médiane
- Mode

4 Paramètres de dispersion

- Etendue
- Ecart moyen
- Variance-Ecart-type

Consignes valables pour toutes représentations graphiques

- A l'aide des valeurs extrêmes, déterminer une échelle pour abscisse et ordonnée.

Consignes valables pour toutes représentations graphiques

- A l'aide des valeurs extrêmes, déterminer une échelle pour abscisse et ordonnée.
- Prérequis : Proportionnalité, produit en croix...

Diagramme en bâtons

Diagramme en bâtons
du nb d'enfants par famille

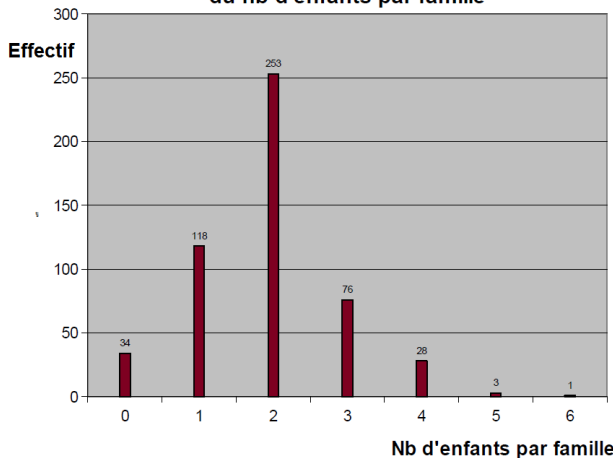


Diagramme en batons

Diagramme en bâtons
du nb d'enfants par famille

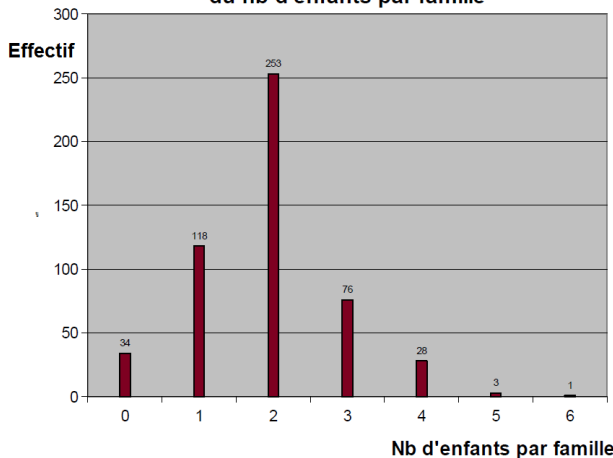


Diagramme en bandes ou histogramme

Rappel/Remarque importante

Diagramme en bandes ou histogramme

Rappel/Remarque importante

- Attention, ce n'est pas la hauteur de la bande mais l'aire de la bande d'une classe qui est proportionnelle à l'effectif considéré.

Diagramme en bandes ou histogramme

Rappel/Remarque importante

- Attention, ce n'est pas la hauteur de la bande mais l'aire de la bande d'une classe qui est proportionnelle à l'effectif considéré.
- Si toutes les classes ont même amplitude, cela revient au même.

Diagramme en bandes ou histogramme

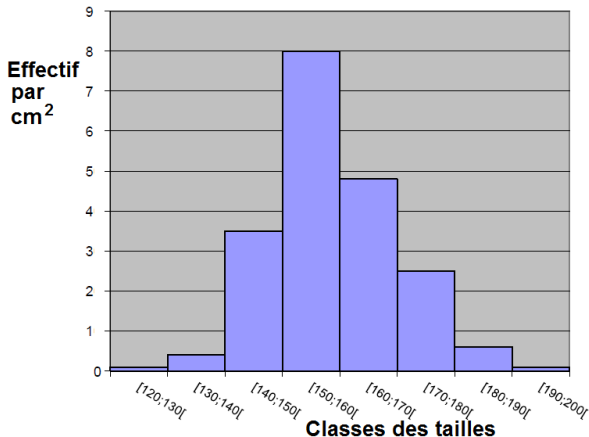
Rappel/Remarque importante

- Attention, ce n'est pas la hauteur de la bande mais l'aire de la bande d'une classe qui est proportionnelle à l'effectif considéré.
- Si toutes les classes ont même amplitude, cela revient au même.

Cette remarque nous sera très utile en proba lorsqu'on définira la densité d'une variable aléatoire.

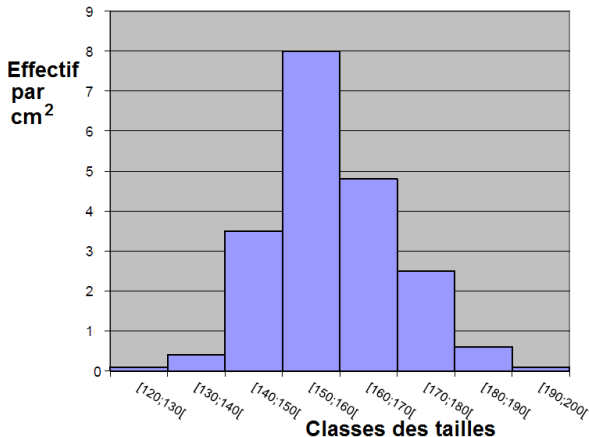
Histogramme des effectifs pour la série "taille"

Histogramme des effectifs



Histogramme des effectifs pour la série "taille"

Histogramme des effectifs



Histogramme des effectifs pour la série "taille"

Histogramme des effectifs pour la série "taille"

- Ici, toutes les classes avaient pour amplitude 10 cm, donc il revenait au même de rendre proportionnelle la hauteur des bandes ou l'aire des bandes à l'effectif

Histogramme des effectifs pour la série "taille"

- Ici, toutes les classes avaient pour amplitude 10 cm, donc il revenait au même de rendre proportionnelle la hauteur des bandes ou l'aire des bandes à l'effectif
- Modifions la série en intercalant une classe d'amplitude différente. Par exemple, regroupons les deux classes $[170; 180[$ et $[180; 190[$, en une seule.

Histogramme des effectifs pour la série "taille"

- Ici, toutes les classes avaient pour amplitude 10 cm, donc il revenait au même de rendre proportionnelle la hauteur des bandes ou l'aire des bandes à l'effectif
- Modifions la série en intercalant une classe d'amplitude différente. Par exemple, regroupons les deux classes $[170; 180[$ et $[180; 190[$, en une seule.

On obtient donc la série suivante :

Classes	$[120; 130[$	$[130; 140[$	$[140; 150[$	$[150; 160[$	$[160; 170[$
Nbr d'élèves	1	4	35	80	48

$[170; 190[$	$[190; 200[$
31	1

Histogramme des effectifs pour la série "taille"

Echelle choisie

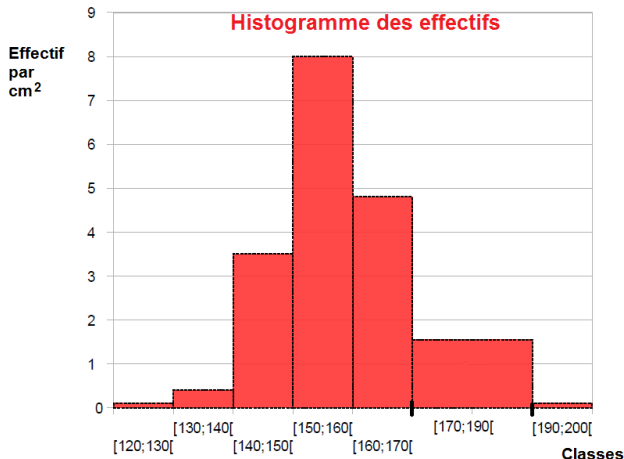


Histogramme des effectifs pour la série "taille"

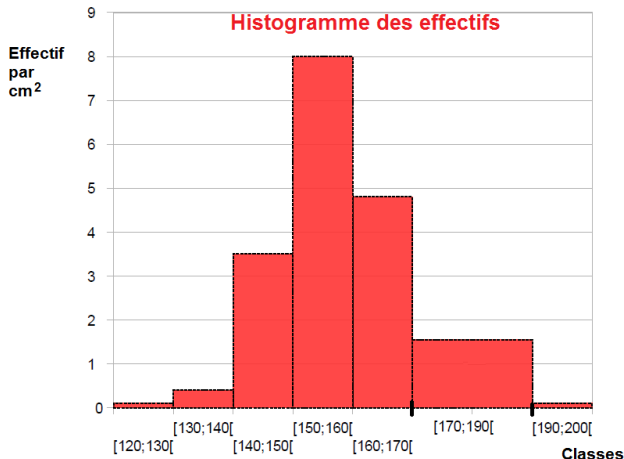
Echelle choisie



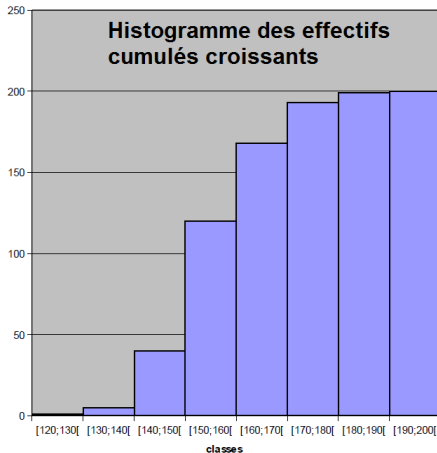
Histogramme des effectifs pour la série "taille"



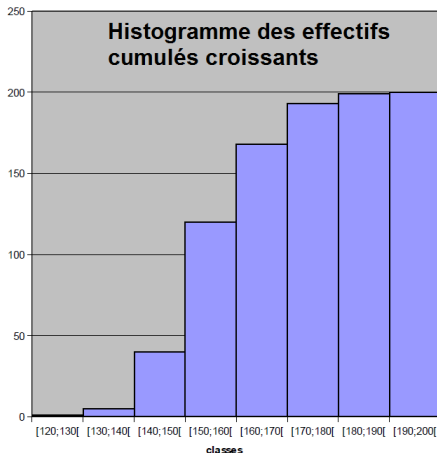
Histogramme des effectifs pour la série "taille"



Histogramme des effectifs cumulés croissant pour la série "taille"



Histogramme des effectifs cumulés croissant pour la série "taille"



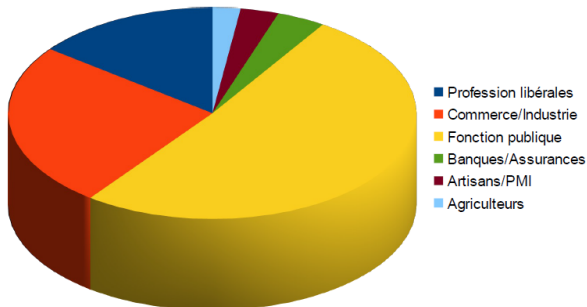
Camembert

Camembert

Profession des parents	Professions libérales	Commerce, Industrie	Banques, Assurances	Artisans, PMI	Agriculteurs
Nombre d'admis	53	91	15	14	11

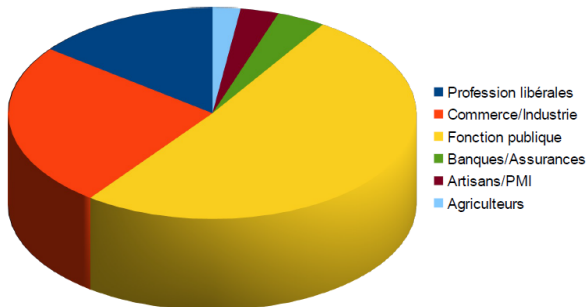
Camembert 3d

Nombre d'admis à un concours en fonction de la profession des parents



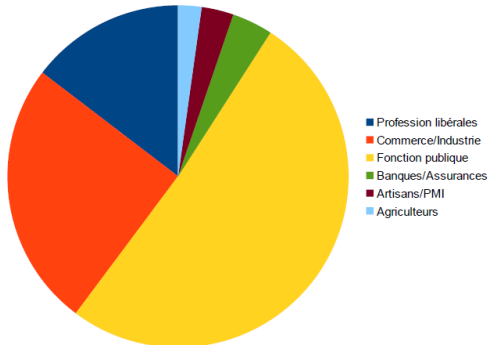
Camembert 3d

Nombre d'admis à un concours en fonction de la profession des parents



Camembert

Nombre d'admis à un concours en fonction de la profession des parents



Camembert

Nombre d'admis à un concours en fonction de la profession des parents

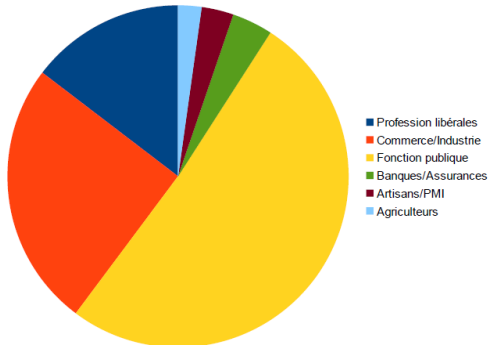


Diagramme polaire

Nombre d'admis à un concours en fonction de la profession des parents.

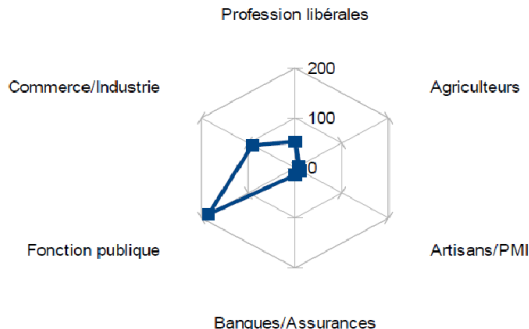
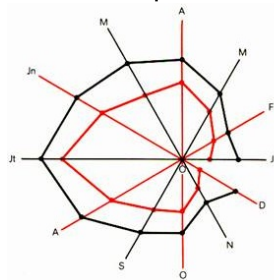


Diagramme polaire

Autre exemple :

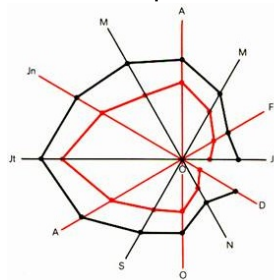


Température sur
une année dans 2
régions

Région A
Région B

Diagramme polaire

Autre exemple :



Température sur
une année dans 2
régions

Région A
Région B

- 1 Introduction
 - Exemples
 - Quelques définitions élémentaires
- 2 Présentation des données
 - Liste
 - Tableaux
 - Quelques définitions associées à ces représentations
 - Représentations graphiques
- 3 **Paramètres de position**
 - Moyenne
 - Médiane
 - Mode
- 4 Paramètres de dispersion
 - Etendue
 - Ecart moyen
 - Variance-Ecart-type

But

Fabriquer des nombres pour "situer" une série par rapport à une autre...

But

Fabriquer des nombres pour "situer" une série par rapport à une autre...

Exemples :

$$S_1 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$S_2 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

But

Fabriquer des nombres pour "situer" une série par rapport à une autre...

Exemples :

$$S_1 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$S_2 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Comment différencier ces 2 séries...

- 1 Introduction
 - Exemples
 - Quelques définitions élémentaires
- 2 Présentation des données
 - Liste
 - Tableaux
 - Quelques définitions associées à ces représentations
 - Représentations graphiques
- 3 Paramètres de position**
 - Moyenne**
 - Médiane
 - Mode
- 4 Paramètres de dispersion
 - Etendue
 - Ecart moyen
 - Variance-Ecart-type

Moyenne, cas d'une série brute

Moyenne, cas d'une série brute

Soit

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_p\},$$

Moyenne, cas d'une série brute

Soit

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_p\},$$

on note \bar{X} la moyenne, définie par :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^p x_i}{p}.$$

Moyenne, cas d'une série brute

Exemples :

Moyenne, cas d'une série brute

Exemples :

Soient $S_1 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ et $S_2 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

On a :

$$\bar{S}_1 = \frac{0 + 1 + 2 + 3 + 4}{5} = 2 \quad \text{et} \quad \bar{S}_2 = 3.$$

Moyenne, cas d'une série regroupée par caractère

Moyenne, cas d'une série regroupée par caractère

La série X suivante

Caractère	x_1	x_2	...	x_j	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_j	...	n_p

peut également s'écrire :

$$\left\{ \underbrace{x_1, x_1, \dots, x_1}_{n_1 \text{ fois}}, \underbrace{x_2, x_2, \dots, x_2}_{n_2 \text{ fois}}, \dots, \underbrace{x_p, x_p, \dots, x_p}_{n_p \text{ fois}} \right\}.$$

Moyenne, cas d'une série regroupée par caractère

La série X suivante

Caractère	x_1	x_2	...	x_j	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_j	...	n_p

peut également s'écrire :

$$\left\{ \underbrace{x_1, x_1, \dots, x_1}_{n_1 \text{ fois}}, \underbrace{x_2, x_2, \dots, x_2}_{n_2 \text{ fois}}, \dots, \underbrace{x_p, x_p, \dots, x_p}_{n_p \text{ fois}} \right\}.$$

On applique alors la formule des séries brutes.

Moyenne, cas d'une série regroupée par caractère

Caractère	x_1	x_2	...	x_j	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_j	...	n_p

On obtient donc :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{\sum_{i=1}^p n_i}.$$

Moyenne, cas d'une série regroupée par caractère

Exemple de la série X du nombre d'enfants par famille

Moyenne, cas d'une série regroupée par caractère

Exemple de la série X du nombre d'enfants par famille

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1

Moyenne, cas d'une série regroupée par caractère

Exemple de la série X du nombre d'enfants par famille

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1

$$\bar{X} = \frac{0 \times 34 + 1 \times 118 + \dots + 5 \times 3 + 6 \times 1}{34 + 118 + \dots + 3 + 1} \approx 1,92.$$

Moyenne, cas d'une série regroupée par classe

Classe	$[a_1; b_1[$	$[a_2; b_2[$...	$[a_i; b_i[$...	$[a_p; b_p[$
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

On définit la valeur centrale de chaque classe par $c_i = \frac{a_i + b_i}{2}$.

Moyenne, cas d'une série regroupée par classe

Classe	$[a_1; b_1[$	$[a_2; b_2[$...	$[a_i; b_i[$...	$[a_p; b_p[$
Effectif	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

On définit la valeur centrale de chaque classe par $c_i = \frac{a_i + b_i}{2}$. et on pose :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i c_i}{\sum_{i=1}^p n_i}.$$

Moyenne, cas d'une série regroupée par classe

Remarques :

- Il faut bien comprendre que une série regroupée par classe provient d'une "approximation" d'une série initiale brute.

Moyenne, cas d'une série regroupée par classe

Remarques :

- Il faut bien comprendre que une série regroupée par classe provient d'une "approximation" d'une série initiale brute.
- On fait l'hypothèse que dans chaque classe, les caractères sont répartis uniformément. Le choix de prendre le centre de la classe est ainsi justifié.

Moyenne, cas d'une série regroupée par classe

Exemple de la série taille T .

Moyenne, cas d'une série regroupée par classe

Exemple de la série taille T .

Classes	[120; 130[[130; 140[[140; 150[[150; 160[[160; 170[
Nbr d'élèves	1	4	35	80	48

[170; 180[[180; 190[[190; 200[
25	6	1

Moyenne, cas d'une série regroupée par classe

Exemple de la série taille T .

Classes	[120; 130[[130; 140[[140; 150[[150; 160[[160; 170[
Nbr d'élèves	1	4	35	80	48

[170; 180[[180; 190[[190; 200[
25	6	1

que l'on "transforme " en :

Centre des classes	125	135	145	155	165	175	185	195
Nbr d'élèves	1	4	35	80	48	25	6	1

Moyenne, cas d'une série regroupée par classe

Exemple de la série taille T .

Centre des classes	125	135	145	155	165	175	185	195
Nbr d'élèves	1	4	35	80	48	25	6	1

Moyenne, cas d'une série regroupée par classe

Exemple de la série taille T .

Centre des classes	125	135	145	155	165	175	185	195
Nbr d'élèves	1	4	35	80	48	25	6	1

D'où

$$\bar{T} = \frac{1 \times 125 + 4 \times 135 + \dots + 1 \times 195}{1 + 4 + \dots + 1} \approx 158,7.$$

Interprétation de la moyenne

Interprétation de la moyenne

La moyenne est un indicateur de la valeur la plus "probable". C'est une sorte de "centre de gravité", si on attribue à tous les individus cette valeur du caractère, on obtient une série constante qui a la même moyenne.

Propriété de la moyenne : Linéarité

Propriété de la moyenne : Linéarité

Proposition

(Linéarité)

- Soient X une série et a, b deux réels, alors on a :

$$\overline{aX + b} = a\bar{X} + b.$$

- Soient X et X' deux séries, alors on a :

$$\overline{X + X'} = \bar{X} + \bar{X}'.$$

Propriété de la moyenne : Linéarité

Proposition

(Linéarité)

- Soient X une série et a, b deux réels, alors on a :

$$\overline{aX + b} = a\bar{X} + b.$$

- Soient X et X' deux séries, alors on a :

$$\overline{X + X'} = \bar{X} + \bar{X}'.$$

Faire la preuve.

Remarque : une "autre moyenne"

Soit une série $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ telle que pour tout i , $x_i > 0$. Nous serons parfois amenés (cf chap séries chrono) à considérer la série constituée des $\ln(x_i)$.

Remarque : une "autre moyenne"

Soit une série $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ telle que pour tout i , $x_i > 0$. Nous serons parfois amenés (cf chap séries chrono) à considérer la série constituée des $\ln(x_i)$.

Notons par ex, $L := \{\ln(x_1), \ln(x_2), \dots, \ln(x_n)\}$, on a alors :

$$\begin{aligned}\bar{L} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1 \dots n} \ln(x_i), \\ &= \ln[(x_1 x_2 \dots x_n)^{\frac{1}{n}}], \\ &= \ln\left[\left(\prod_{i=1 \dots n} x_i\right)^{\frac{1}{n}}\right], \\ &= \ln[\bar{X}_g], \text{ en posant } \bar{X}_g = \left(\prod_{i=1 \dots n} x_i\right)^{\frac{1}{n}}.\end{aligned}$$

Remarque : une "autre moyenne"

Soit une série $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ telle que pour tout i , $x_i > 0$. Nous serons parfois amenés (cf chap séries chrono) à considérer la série constituée des $\ln(x_i)$.

Notons par ex, $L := \{\ln(x_1), \ln(x_2), \dots, \ln(x_n)\}$, on a alors :

$$\begin{aligned}\bar{L} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1 \dots n} \ln(x_i), \\ &= \ln[(x_1 x_2 \dots x_n)^{\frac{1}{n}}], \\ &= \ln\left[\left(\prod_{i=1 \dots n} x_i\right)^{\frac{1}{n}}\right], \\ &= \ln[\bar{X}_g], \text{ en posant } \bar{X}_g = \left(\prod_{i=1 \dots n} x_i\right)^{\frac{1}{n}}.\end{aligned}$$

Definition (Moyenne géométrique)

Pour une série X à terme strictement positif, on appelle moyenne géométrique de X , notée \bar{X}_g , la quantité : $\bar{X}_g = \left(\prod_{i=1 \dots n} x_i\right)^{\frac{1}{n}}$.

Moyenne géométrique, exemples

- Si $X = \{a, b\}$, alors $\bar{X}_g = \sqrt{ab}$.

Moyenne géométrique, exemples

- Si $X = \{a, b\}$, alors $\bar{X}_g = \sqrt{ab}$.
- Si $X = \{1, 8, 27\}$, alors $\bar{X}_g = (1 \times 8 \times 27)^{1/3} = 6$.

- 1 Introduction
 - Exemples
 - Quelques définitions élémentaires
- 2 Présentation des données
 - Liste
 - Tableaux
 - Quelques définitions associées à ces représentations
 - Représentations graphiques
- 3 Paramètres de position**
 - Moyenne
 - Médiane**
 - Mode
- 4 Paramètres de dispersion
 - Etendue
 - Ecart moyen
 - Variance-Ecart-type

Définition

Définition

Definition

C'est une valeur du caractère pour laquelle le nombre d'individus qui ont un caractère supérieur à cette valeur est égal au nombre d'individus qui ont un caractère inférieur à cette valeur. On la note en général M_e .

Définition

Definition

C'est une valeur du caractère pour laquelle le nombre d'individus qui ont un caractère supérieur à cette valeur est égal au nombre d'individus qui ont un caractère inférieur à cette valeur. On la note en général M_e .

- Il n'y a pas unicité de la valeur médiane.

Définition

Definition

C'est une valeur du caractère pour laquelle le nombre d'individus qui ont un caractère supérieur à cette valeur est égal au nombre d'individus qui ont un caractère inférieur à cette valeur. On la note en général M_e .

- Il n'y a pas unicité de la valeur médiane.
- La médiane partage donc la série en deux sous séries de même taille.

Techniques de calcul d'une médiane

En fonction de la forme de la série, il y a différentes méthodes pour obtenir une valeur médiane.

Cas d'une série brute

On peut procéder ainsi :

- on ordonne la série,

Cas d'une série brute

On peut procéder ainsi :

- on ordonne la série,
- on détermine l'effectif total N ,

Cas d'une série brute

On peut procéder ainsi :

- on ordonne la série,
- on détermine l'effectif total N ,
- enfin, on regarde où se situe la $\frac{N}{2}$ ^{ième} valeur. En général :
 - si N est impair, on prend la $\frac{N+1}{2}$ ^{ième} valeur,

Cas d'une série brute

On peut procéder ainsi :

- on ordonne la série,
- on détermine l'effectif total N ,
- enfin, on regarde où se situe la $\frac{N}{2}$ ^{ième} valeur. En général :
 - si N est impair, on prend la $\frac{N+1}{2}$ ^{ième} valeur,
 - si N est pair, on prend le centre de la $\frac{N}{2}$ ^{ième} valeur et de la $(\frac{N}{2} + 1)$ ^{ième} valeur.

Cas d'une série brute

On peut procéder ainsi :

- on ordonne la série,
- on détermine l'effectif total N ,
- enfin, on regarde où se situe la $\frac{N}{2}$ ^{ième} valeur. En général :
 - si N est impair, on prend la $\frac{N+1}{2}$ ^{ième} valeur,
 - si N est pair, on prend le centre de la $\frac{N}{2}$ ^{ième} valeur et de la $(\frac{N}{2} + 1)$ ^{ième} valeur.

[*En fait, toute valeur de l'intervalle formé par la $\frac{N}{2}$ ^{ième} valeur et la $(\frac{N}{2} + 1)$ ^{ième} valeur est médiane*]

Cas d'une série brute

Exemples :

Cas d'une série brute

Exemples :

- Soit $X_1 = \{3, 9, 11\}$,

Cas d'une série brute

Exemples :

- Soit $X_1 = \{3, 9, 11\}$, on a : $M_e = 9$.

Cas d'une série brute

Exemples :

- Soit $X_1 = \{3, 9, 11\}$, on a : $M_e = 9$.
- Soit $X_2 = \{3, 9, 2, 10\}$,

Cas d'une série brute

Exemples :

- Soit $X_1 = \{3, 9, 11\}$, on a : $M_e = 9$.
- Soit $X_2 = \{3, 9, 2, 10\}$, on a : $M_e = \frac{3+9}{2} = 6$.

Cas d'une série regroupée par caractère

Cas d'une série regroupée par caractère

On peut procéder de la même manière, en s'aidant des effectifs cumulés si besoin.

Cas d'une série regroupée par caractère

Exemple de la série X du nombres d'enfant par famille.

Cas d'une série regroupée par caractère

Exemple de la série X du nombres d'enfant par famille.

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1
eff cum ↗	34	152	405	481	509	512	513

Cas d'une série regroupée par caractère

Exemple de la série X du nombres d'enfant par famille.

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1
eff cum ↗	34	152	405	481	509	512	513

$N = 513$, formellement on cherche la $256,5^{\text{ième}}$ valeur. On prendra la $257^{\text{ième}}$ valeur puisque 513 est impair.

Cas d'une série regroupée par caractère

Exemple de la série X du nombres d'enfant par famille.

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1
eff cum ↗	34	152	405	481	509	512	513

$N = 513$, formellement on cherche la 256,5^{ième} valeur. On prendra la 257^{ième} valeur puisque 513 est impair.

Cas d'une série regroupée par caractère

Exemple de la série X du nombres d'enfant par famille.

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1
eff cum ↗	34	152	405	481	509	512	513

$N = 513$, formellement on cherche la $256,5^{\text{ième}}$ valeur. On prendra la $257^{\text{ième}}$ valeur puisque 513 est impair. Ici, la $257^{\text{ième}}$ valeur vaut 2. Ainsi,

$$M_e = 2.$$

Cas d'une série regroupée par classe

Cas d'une série regroupée par classe

Il y a dans ce cas plusieurs méthodes pour fournir une valeur médiane.

Cas d'une série regroupée par classe

Il y a dans ce cas plusieurs méthodes pour fournir une valeur médiane. Reprenons l'exemple des tailles :

Classes	[120; 130[[130; 140[[140; 150[[150; 160[[160; 170[
Effectif	1	4	35	80	48
Eff cum ↗	1	5	40	120	168

classes	[170; 180[[180; 190[[190; 200[
Effectif	25	6	1
Eff cum ↗	193	199	200

Cas d'une série regroupée par classe

Il y a dans ce cas plusieurs méthodes pour fournir une valeur médiane. Reprenons l'exemple des tailles :

Classes	[120; 130[[130; 140[[140; 150[[150; 160[[160; 170[
Effectif	1	4	35	80	48
Eff cum ↗	1	5	40	120	168

classes	[170; 180[[180; 190[[190; 200[
Effectif	25	6	1
Eff cum ↗	193	199	200

On cherche donc la 100^{ième} valeur.

Méthode 1, les piquets

Méthode 1, les piquets

- On détermine dans quelle classe se situe la 100 ième valeur.

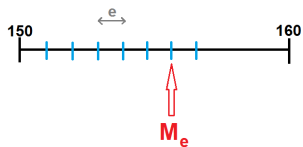
Méthode 1, les piquets

- On détermine dans quelle classe se situe la 100^{ème} valeur.
- Toujours sous l'hypothèse d'équirépartition des individus dans chaque classe, on détermine la 100^{ème} valeur.

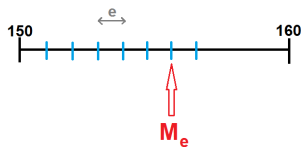
Méthode 1, les piquets

- On détermine dans quelle classe se situe la 100 ième valeur.
- Toujours sous l'hypothèse d'équirépartition des individus dans chaque classe, on détermine la 100 ième valeur. Plus précisément, on peut s'imaginer un individu comme un piquet dans la classe, il ne reste plus qu'à déterminer où se situe le 100 ième piquet sachant qu'ils sont régulièrement espacés.

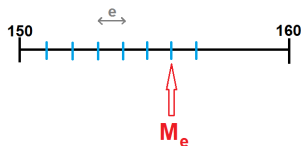
Méthode 1, "les piquets"



Méthode 1, "les piquets"

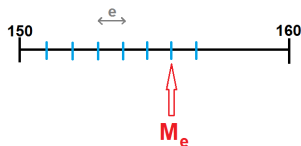


Méthode 1, "les piquets"



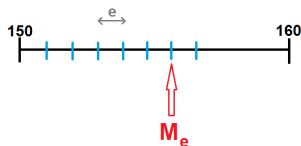
- Il y a 80 "piquets" dans la classe $[150; 160]$,

Méthode 1, "les piquets"



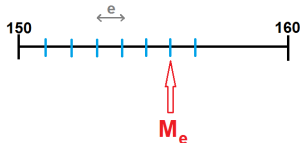
- Il y a 80 "piquets" dans la classe $[150; 160]$, donc l'écartement entre deux piquets vaut $e = 10/80$.

Méthode 1, "les piquets"



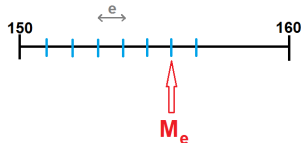
- Il y a 80 "piquets" dans la classe $[150; 160]$, donc l'écartement entre deux piquets vaut $e = 10/80$.
- La borne 150 correspond au 40 ième piquet depuis le 1 er piquet.

Méthode 1, "les piquets"



- Il y a 80 "piquets" dans la classe $[150; 160]$, donc l'écartement entre deux piquets vaut $e = 10/80$.
- La borne 150 correspond au 40^{ième} piquet depuis le 1^{er} piquet. On cherche donc la position du $100 - 40 = 60$ ^{ième} piquet dans la classe.

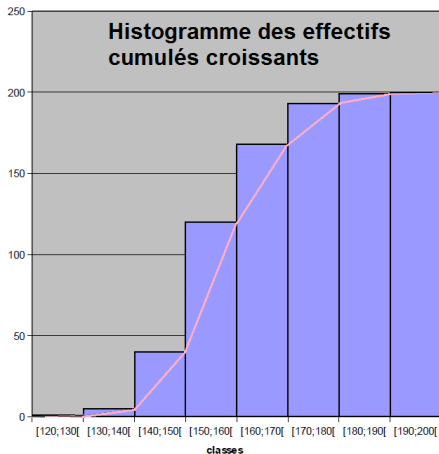
Méthode 1, "les piquets"



- Il y a 80 "piquets" dans la classe $[150; 160]$, donc l'écartement entre deux piquets vaut $e = 10/80$.
- La borne 150 correspond au 40 ième piquet depuis le 1 er piquet. On cherche donc la position du $100 - 40 = 60$ ième piquet dans la classe.
- Ainsi,

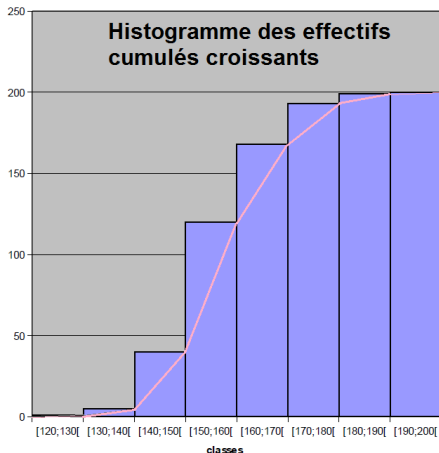
$$M_e = 150 + 60e = 157,5.$$

Méthode 2, géométrique



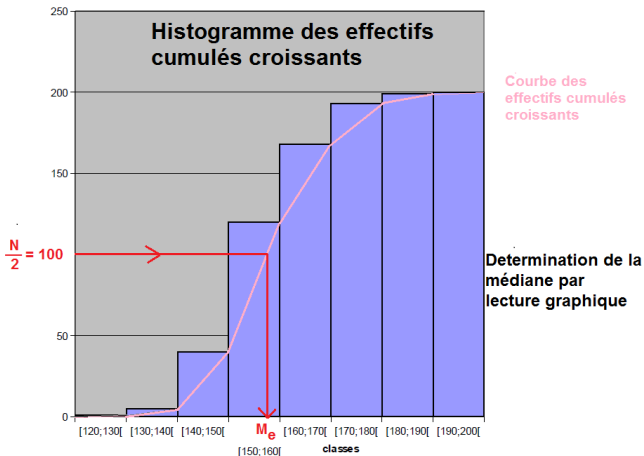
Courbe des
effectifs cumulés
croissants

Méthode 2, géométrique

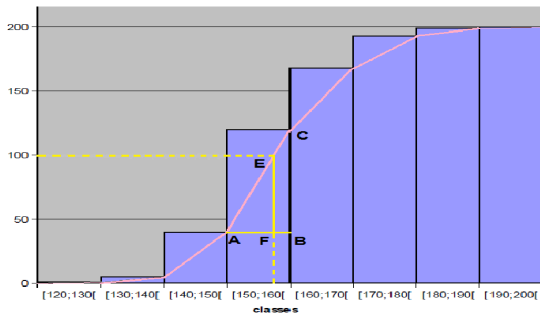


Courbe des
effectifs cumulés
croissants

Méthode 2, géométrique

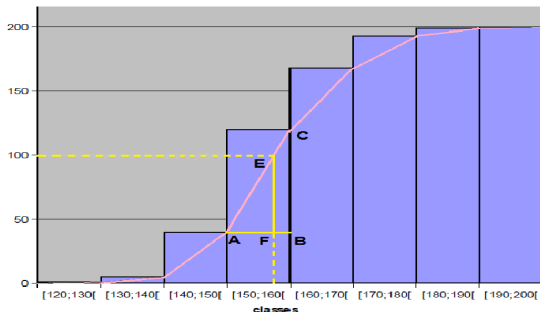


Méthode 3, Thalès



Courbe des effectifs cumulés croissants

Méthode 3, Thalès

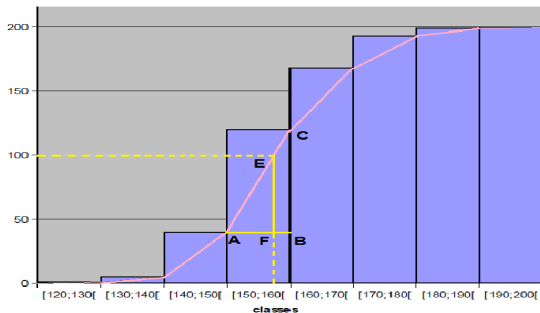


Courbe des effectifs cumulés croissants

Thalès dans le triangle ABC, donne : $\frac{AB}{AF} = \frac{BC}{FE} (= \frac{AC}{AE})$. D'où,

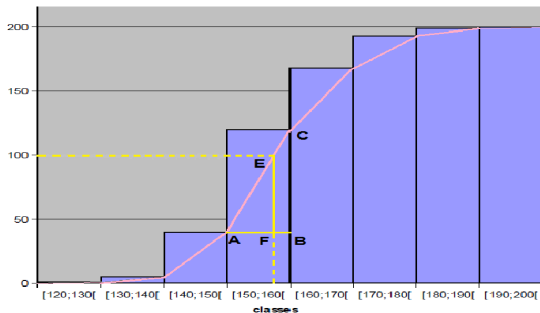
$$AF = \frac{AB \times FE}{BC} = \frac{10 \times (100 - 40)}{120 - 40} = 7,5.$$

Méthode 4, équation de droite



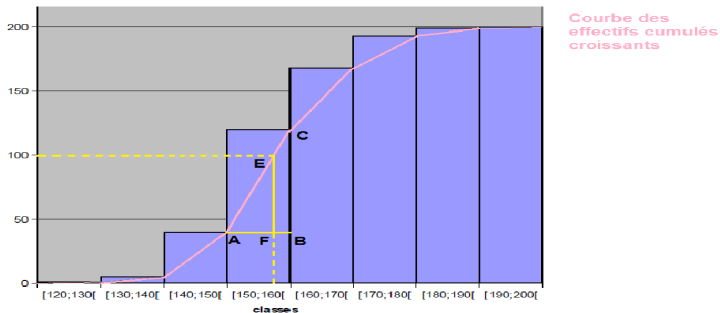
Courbe des effectifs cumulés croissants

Méthode 4, équation de droite



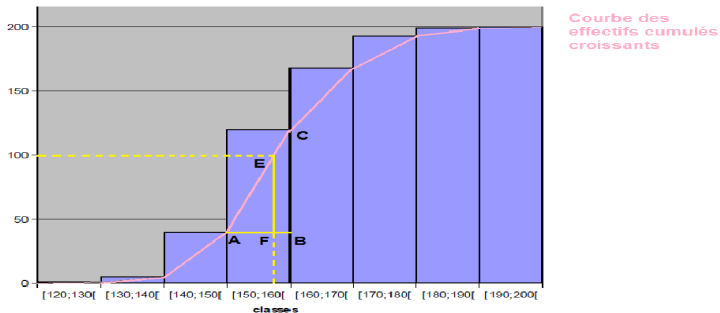
Courbe des
effectifs cumulés
croissants

Méthode 4, équation de droite



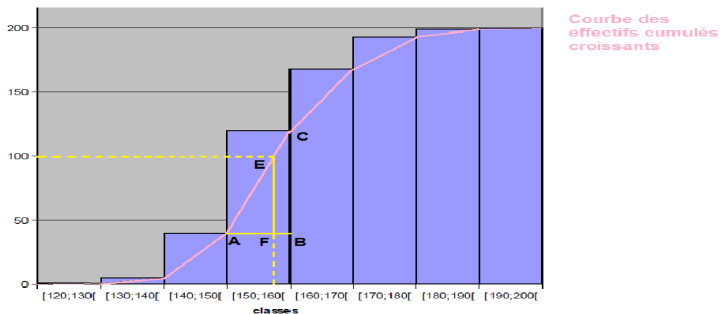
Un calcul élémentaire donne :

Méthode 4, équation de droite



Un calcul élémentaire donne : équation de (AC), $y = 8x - 1160$.

Méthode 4, équation de droite



Un calcul élémentaire donne : équation de (AC), $y = 8x - 1160$.

Puis, $E \in (AC) \Rightarrow x_E = \frac{y_E + 1160}{8} = \frac{1260}{8} = 157,5 = M_e$

- 1 Introduction
 - Exemples
 - Quelques définitions élémentaires
- 2 Présentation des données
 - Liste
 - Tableaux
 - Quelques définitions associées à ces représentations
 - Représentations graphiques
- 3 Paramètres de position**
 - Moyenne
 - Médiane
 - Mode**
- 4 Paramètres de dispersion
 - Etendue
 - Ecart moyen
 - Variance-Ecart-type

Mode

Definition

C'est la (ou les) valeurs du caractère de la série ayant le plus grand effectif.

Mode

Definition

C'est la (ou les) valeurs du caractère de la série ayant le plus grand effectif.

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$.

Mode

Definition

C'est la (ou les) valeurs du caractère de la série ayant le plus grand effectif.

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$. Le mode $Mo = 3$.

Mode

Definition

C'est la (ou les) valeurs du caractère de la série ayant le plus grand effectif.

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$. Le mode $Mo = 3$.
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a $Mo = 2$

Mode

Definition

C'est la (ou les) valeurs du caractère de la série ayant le plus grand effectif.

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$. Le mode $Mo = 3$.
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a $Mo = 2$
- Pour la série T des tailles, on a une classe modale : $[150; 160[$.

Mode

Definition

C'est la (ou les) valeurs du caractère de la série ayant le plus grand effectif.

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$. Le mode $Mo = 3$.
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a $Mo = 2$
- Pour la série T des tailles, on a une classe modale : $[150; 160[$.
- Soit $Y = \{12, 4, 5, 12, 1, 3, 1, 1, -1, 3, 12\}$.

Mode

Definition

C'est la (ou les) valeurs du caractère de la série ayant le plus grand effectif.

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$. Le mode $Mo = 3$.
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a $Mo = 2$
- Pour la série T des tailles, on a une classe modale : $[150; 160[$.
- Soit $Y = \{12, 4, 5, 12, 1, 3, 1, 1, -1, 3, 12\}$. La série possède deux modes 12 et 1.

Mode

Definition

C'est la (ou les) valeurs du caractère de la série ayant le plus grand effectif.

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$. Le mode $Mo = 3$.
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a $Mo = 2$
- Pour la série T des tailles, on a une classe modale : $[150; 160[$.
- Soit $Y = \{12, 4, 5, 12, 1, 3, 1, 1, -1, 3, 12\}$. La série possède deux modes 12 et 1.
- Soit $Z = \{1, 2, 3\}$. Toutes valeurs de la série est un mode.

Insatisfaisabilité

Insatisfaisabilité

Considérons les séries suivantes :

$$X_1 = \{2, 3, 4\}, \quad X_2 = \{0, 2, 3, 4, 6\} \quad \text{et} \quad X_3 = \{3\}.$$

Insatisfaisabilité

Considérons les séries suivantes :

$$X_1 = \{2, 3, 4\}, \quad X_2 = \{0, 2, 3, 4, 6\} \quad \text{et} \quad X_3 = \{3\}.$$

On vérifie facilement que :

- $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = 3.$

Insatisfaisabilité

Considérons les séries suivantes :

$$X_1 = \{2, 3, 4\}, \quad X_2 = \{0, 2, 3, 4, 6\} \quad \text{et} \quad X_3 = \{3\}.$$

On vérifie facilement que :

- $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = 3.$
- $M_e(X_1) = M_e(X_2) = M_e(X_3) = 3.$

Insatisfaisabilité

Considérons les séries suivantes :

$$X_1 = \{2, 3, 4\}, \quad X_2 = \{0, 2, 3, 4, 6\} \quad \text{et} \quad X_3 = \{3\}.$$

On vérifie facilement que :

- $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = 3.$
- $M_e(X_1) = M_e(X_2) = M_e(X_3) = 3.$
- Toutes valeurs des trois séries sont des modes.

Insatisfaisabilité

Considérons les séries suivantes :

$$X_1 = \{2, 3, 4\}, \quad X_2 = \{0, 2, 3, 4, 6\} \quad \text{et} \quad X_3 = \{3\}.$$

On vérifie facilement que :

- $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = 3.$
- $M_e(X_1) = M_e(X_2) = M_e(X_3) = 3.$
- Toutes valeurs des trois séries sont des modes.

Ces 3 indicateurs de positions ne permettent donc pas de "filtrer" suffisamment les séries.

⇒ Nous allons construire de nouveaux indicateurs,
dits de "dispersion".

1 Introduction

- Exemples
- Quelques définitions élémentaires

2 Présentation des données

- Liste
- Tableaux
- Quelques définitions associées à ces représentations
- Représentations graphiques

3 Paramètres de position

- Moyenne
- Médiane
- Mode

4 Paramètres de dispersion

- Etendue
- Ecart moyen
- Variance-Ecart-type

Les paramètres de position introduit précédemment ne permettent pas ex : ...

- 1 Introduction
 - Exemples
 - Quelques définitions élémentaires
- 2 Présentation des données
 - Liste
 - Tableaux
 - Quelques définitions associées à ces représentations
 - Représentations graphiques
- 3 Paramètres de position
 - Moyenne
 - Médiane
 - Mode
- 4 Paramètres de dispersion
 - **Etendue**
 - Ecart moyen
 - Variance-Ecart-type

Etendue

Etendue

Definition

C'est la différence des valeurs extrêmes de la série (en valeur absolue).

Etendue

Definition

C'est la différence des valeurs extrêmes de la série (en valeur absolue).

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$.

Etendue

Definition

C'est la différence des valeurs extrêmes de la série (en valeur absolue).

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$. L'étendue vaut $3 - (-1) = 4$.

Étendue

Definition

C'est la différence des valeurs extrêmes de la série (en valeur absolue).

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$. L'étendue vaut $3 - (-1) = 4$.
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, l'étendue est de 6

Étendue

Definition

C'est la différence des valeurs extrêmes de la série (en valeur absolue).

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$. L'étendue vaut $3 - (-1) = 4$.
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, l'étendue est de 6
- Pour la série T des tailles, on a une étendue de :
 $200 - 120 = 80$.

Étendue

Definition

C'est la différence des valeurs extrêmes de la série (en valeur absolue).

Exemples :

- Soit $S = \{2, 3, 0, 2, 1, 3, -1, 3\}$. L'étendue vaut $3 - (-1) = 4$.
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, l'étendue est de 6
- Pour la série T des tailles, on a une étendue de :
 $200 - 120 = 80$.

- 1 Introduction
 - Exemples
 - Quelques définitions élémentaires
- 2 Présentation des données
 - Liste
 - Tableaux
 - Quelques définitions associées à ces représentations
 - Représentations graphiques
- 3 Paramètres de position
 - Moyenne
 - Médiane
 - Mode
- 4 Paramètres de dispersion
 - Etendue
 - **Ecart moyen**
 - Variance-Ecart-type

Ecart moyen

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient : $E_m = \frac{1}{n} \sum_i |x_i - \bar{X}|$.

Ecart moyen

Definition

L'écart moyen d'une série X est la quantité E_m définie formellement par :

$$E_m = \overline{|X - \bar{X}|}.$$

Ecart moyen

Definition

L'écart moyen d'une série X est la quantité E_m définie formellement par :

$$E_m = \overline{|X - \bar{X}|}.$$

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient : $E_m = \frac{1}{n} \sum_i |x_i - \bar{X}|$.

Ecart moyen

Definition

L'écart moyen d'une série X est la quantité E_m définie formellement par :

$$E_m = \overline{|X - \bar{X}|}.$$

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient : $E_m = \frac{1}{n} \sum_i |x_i - \bar{X}|.$

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}.$

Ecart moyen

Definition

L'écart moyen d'une série X est la quantité E_m définie formellement par :

$$E_m = \overline{|X - \bar{X}|}.$$

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient : $E_m = \frac{1}{n} \sum_i |x_i - \bar{X}|.$

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}.$

Ecart moyen

Definition

L'écart moyen d'une série X est la quantité E_m définie formellement par :

$$E_m = \overline{|X - \bar{X}|}.$$

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient : $E_m = \frac{1}{n} \sum_i |x_i - \bar{X}|.$

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$. On a $\bar{S} = 2$ et donc $E_m = \frac{|2-2|+|0-2|+|6-2|+|3-2|+|-1-2|}{5} = 2.$

Ecart moyen

Definition

L'écart moyen d'une série X est la quantité E_m définie formellement par :

$$E_m = \overline{|X - \bar{X}|}.$$

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient : $E_m = \frac{1}{n} \sum_i |x_i - \bar{X}|.$

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$. On a $\bar{S} = 2$ et donc

$$E_m = \frac{|2-2|+|0-2|+|6-2|+|3-2|+|-1-2|}{5} = 2.$$

- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a :

$$E_m \approx \frac{34 \times |0-1,92| + \dots + 1 \times |6-1,92|}{513} \approx 0,68.$$

Ecart moyen

Definition

L'écart moyen d'une série X est la quantité E_m définie formellement par :

$$E_m = \overline{|X - \bar{X}|}.$$

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient : $E_m = \frac{1}{n} \sum_i |x_i - \bar{X}|.$

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$. On a $\bar{S} = 2$ et donc

$$E_m = \frac{|2-2|+|0-2|+|6-2|+|3-2|+|-1-2|}{5} = 2.$$

- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a :

$$E_m \approx \frac{34 \times |0-1,92| + \dots + 1 \times |6-1,92|}{513} \approx 0,68.$$

- Pour la série T des tailles, on a :

$$E_m = \frac{1 \times |125-158,7| + 4 \times |135-158,7| + \dots + 1 \times |195-158,7|}{200} \approx 9,04.$$

Ecart moyen

Definition

L'écart moyen d'une série X est la quantité E_m définie formellement par :

$$E_m = \overline{|X - \bar{X}|}.$$

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient : $E_m = \frac{1}{n} \sum_i |x_i - \bar{X}|.$

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$. On a $\bar{S} = 2$ et donc

$$E_m = \frac{|2-2|+|0-2|+|6-2|+|3-2|+|-1-2|}{5} = 2.$$

- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a :

$$E_m \approx \frac{34 \times |0-1,92| + \dots + 1 \times |6-1,92|}{513} \approx 0,68.$$

- Pour la série T des tailles, on a :

$$E_m = \frac{1 \times |125-158,7| + 4 \times |135-158,7| + \dots + 1 \times |195-158,7|}{200} \approx 9,04.$$

- 1 Introduction
 - Exemples
 - Quelques définitions élémentaires
- 2 Présentation des données
 - Liste
 - Tableaux
 - Quelques définitions associées à ces représentations
 - Représentations graphiques
- 3 Paramètres de position
 - Moyenne
 - Médiane
 - Mode
- 4 Paramètres de dispersion
 - Etendue
 - Ecart moyen
 - **Variance-Ecart-type**

Variance et écart-type

Definition

- *La variance d'une série est la quantité notée $\text{var}(X)$ définie formellement par :*

$$\text{var}(X) = \overline{(X - \bar{X})^2}.$$

Variance et écart-type

Definition

- *La variance d'une série est la quantité notée $\text{var}(X)$ définie formellement par :*

$$\text{var}(X) = \overline{(X - \bar{X})^2}.$$

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient :

Variance et écart-type

Definition

- La variance d'une série est la quantité notée $\text{var}(X)$ définie formellement par :

$$\text{var}(X) = \overline{(X - \bar{X})^2}.$$

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient :

$$\text{var}(X) = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{X})^2.$$

Variance et écart-type

Definition

- La variance d'une série est la quantité notée $\text{var}(X)$ définie formellement par :

$$\text{var}(X) = \overline{(X - \bar{X})^2}.$$

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient :

$$\text{var}(X) = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{X})^2.$$

Dans le cas d'une série regroupée par caractère, on obtient :

$$\text{var}(X) = \frac{1}{\sum_i n_i} \sum_i n_i (x_i - \bar{X})^2.$$

Variance et écart-type

Definition

- La variance d'une série est la quantité notée $\text{var}(X)$ définie formellement par :

$$\text{var}(X) = \overline{(X - \bar{X})^2}.$$

Par exemple dans le cas d'une série brute, on obtient :

$$\text{var}(X) = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{X})^2.$$

Dans le cas d'une série regroupée par caractère, on obtient :

$$\text{var}(X) = \frac{1}{\sum_i n_i} \sum_i n_i (x_i - \bar{X})^2.$$

- L'écart-type, noté $\sigma(X)$ (ou parfois $s(X)$) est défini par

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{var}(X)}.$$

Variance et écart-type

Remarques :

- Dans le cas d'une série regroupée par classe, on utilise le centre des classes.

Variance et écart-type

Remarques :

- Dans le cas d'une série regroupée par classe, on utilise le centre des classes.
- Une variance est toujours positive !

Variance et écart-type

Remarques :

- Dans le cas d'une série regroupée par classe, on utilise le centre des classes.
- Une variance est toujours positive !
- Ne pas oublier que la variance est la moyenne des écarts au carré.

Variance et écart-type

Remarques :

- Dans le cas d'une série regroupée par classe, on utilise le centre des classes.
- Une variance est toujours positive !
- Ne pas oublier que la variance est la moyenne des écarts au carré. C'est d'ailleurs à partir de ce fait que l'on interprète la variance comme un indicateur de *dispersion*.

Variance et écart-type

Remarques :

- Dans le cas d'une série regroupée par classe, on utilise le centre des classes.
- Une variance est toujours positive !
- Ne pas oublier que la variance est la moyenne des écarts au carré. C'est d'ailleurs à partir de ce fait que l'on interprète la variance comme un indicateur de *dispersion*.
- Autre formule pour la variance de X :

$$\text{var}(X) = \overline{X^2} - \bar{X}^2.$$

Variance et écart-type

Remarques :

- Dans le cas d'une série regroupée par classe, on utilise le centre des classes.
- Une variance est toujours positive !
- Ne pas oublier que la variance est la moyenne des écarts au carré. C'est d'ailleurs à partir de ce fait que l'on interprète la variance comme un indicateur de *dispersion*.
- Autre formule pour la variance de X :

$$\text{var}(X) = \overline{X^2} - \bar{X}^2.$$

Exo : le démontrer.

Variance et écart-type

Remarques :

- Dans le cas d'une série regroupée par classe, on utilise le centre des classes.
- Une variance est toujours positive !
- Ne pas oublier que la variance est la moyenne des écarts au carré. C'est d'ailleurs à partir de ce fait que l'on interprète la variance comme un indicateur de *dispersion*.
- Autre formule pour la variance de X :

$$\text{var}(X) = \overline{X^2} - \bar{X}^2.$$

Exo : le démontrer.

Par exemple pour une série regroupée par classe, on

obtient $\text{var}(X) = \frac{\sum_i n_i x_i^2}{\sum_i n_i} - \left(\frac{\sum_i n_i x_i}{\sum_i n_i} \right)^2$.

Variance et écart-type

Exemples :

Variance et écart-type

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$.

Variance et écart-type

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$.

Variance et écart-type

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$. On a $\bar{S} = 2$ et donc
$$\text{var}(S) = \frac{1}{5}((2-2)^2 + (0-2)^2 + \dots + (-1-2)^2) = 30/5 = 6.$$

Variance et écart-type

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$. On a $\bar{S} = 2$ et donc
$$\text{var}(S) = \frac{1}{5}((2-2)^2 + (0-2)^2 + \dots + (-1-2)^2) = 30/5 = 6.$$
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a :

$$\text{var}(X) \approx \frac{34 \times (0-1,92)^2 + \dots + 1 \times (6-1,92)^2}{513} \approx 0,94.$$

Variance et écart-type

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$. On a $\bar{S} = 2$ et donc
$$\text{var}(S) = \frac{1}{5}((2-2)^2 + (0-2)^2 + \dots + (-1-2)^2) = 30/5 = 6.$$
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a :

$$\text{var}(X) \approx \frac{34 \times (0-1,92)^2 + \dots + 1 \times (6-1,92)^2}{513} \approx 0,94.$$

Puis, $\sigma(X) \approx 0,97$

Variance et écart-type

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$. On a $\bar{S} = 2$ et donc
$$\text{var}(S) = \frac{1}{5}((2-2)^2 + (0-2)^2 + \dots + (-1-2)^2) = 30/5 = 6.$$
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a :

$$\text{var}(X) \approx \frac{34 \times (0-1,92)^2 + \dots + 1 \times (6-1,92)^2}{513} \approx 0,94.$$

Puis, $\sigma(X) \approx 0,97$

- Pour la série T des tailles, on a :

$$\text{var}(T) = \frac{1 \times (125-158,7)^2 + 4 \times (135-158,7)^2 + \dots + 1 \times (195-158,7)^2}{200} \approx 125,31.$$

Variance et écart-type

Exemples :

- Soit $S = \{2, 0, 6, 3, -1\}$. On a $\bar{S} = 2$ et donc
$$\text{var}(S) = \frac{1}{5}((2-2)^2 + (0-2)^2 + \dots + (-1-2)^2) = 30/5 = 6.$$
- Pour la série du nombre d'enfants par famille, on a :

$$\text{var}(X) \approx \frac{34 \times (0-1,92)^2 + \dots + 1 \times (6-1,92)^2}{513} \approx 0,94.$$

Puis, $\sigma(X) \approx 0,97$

- Pour la série T des tailles, on a :

$$\text{var}(T) = \frac{1 \times (125-158,7)^2 + 4 \times (135-158,7)^2 + \dots + 1 \times (195-158,7)^2}{200} \approx 125,31.$$

Et, $\sigma(T) \approx 11,2$.

Propriétés de la Variance et de l' écart-type

Proposition (pseudo linéarité)

Soient X une série, a, b deux réels. Alors on a :

- $var(aX + b) = a^2 var(X)$.

Propriétés de la Variance et de l' écart-type

Proposition (pseudo linéarité)

Soient X une série, a, b deux réels. Alors on a :

- $\text{var}(aX + b) = a^2 \text{var}(X)$.
- $\sigma(aX + b) = |a| \sigma(X)$.

Propriétés de la Variance et de l' écart-type

Proposition (pseudo linéarité)

Soient X une série, a, b deux réels. Alors on a :

- $\text{var}(aX + b) = a^2 \text{var}(X)$.
- $\sigma(aX + b) = |a| \sigma(X)$.

Propriétés de la Variance et de l' écart-type

Proposition (pseudo linéarité)

Soient X une série, a, b deux réels. Alors on a :

- $\text{var}(aX + b) = a^2 \text{var}(X)$.
- $\sigma(aX + b) = |a| \sigma(X)$.

Exo : Démontrer ces 2 égalités.

- 1 Introduction
 - Exemples
 - Quelques définitions élémentaires
- 2 Présentation des données
 - Liste
 - Tableaux
 - Quelques définitions associées à ces représentations
 - Représentations graphiques
- 3 Paramètres de position
 - Moyenne
 - Médiane
 - Mode
- 4 Paramètres de dispersion
 - Etendue
 - Ecart moyen
 - Variance-Ecart-type

Quartiles

Definition

Soit X une série, on définit les quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3 de la manière suivante :

- *Q_1 est une valeur du caractère telle que 25% de la population a un caractère inférieur à Q_1 .*

Quartiles

Definition

Soit X une série, on définit les quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3 de la manière suivante :

- Q_1 est une valeur du caractère telle que 25% de la population a un caractère inférieur à Q_1 .
- Q_2 est une valeur du caractère telle que 50% de la population a un caractère inférieur à Q_2 .

Quartiles

Definition

Soit X une série, on définit les quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3 de la manière suivante :

- *Q_1 est une valeur du caractère telle que 25% de la population a un caractère inférieur à Q_1 .*
- *Q_2 est une valeur du caractère telle que 50% de la population a un caractère inférieur à Q_2 .*
- *Q_3 est une valeur du caractère telle que 75% de la population a un caractère inférieur à Q_3 .*

Quartiles

Definition

Soit X une série, on définit les quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3 de la manière suivante :

- *Q_1 est une valeur du caractère telle que 25% de la population a un caractère inférieur à Q_1 .*
- *Q_2 est une valeur du caractère telle que 50% de la population a un caractère inférieur à Q_2 .*
- *Q_3 est une valeur du caractère telle que 75% de la population a un caractère inférieur à Q_3 .*

Remarques :

Quartiles

Definition

Soit X une série, on définit les quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3 de la manière suivante :

- Q_1 est une valeur du caractère telle que 25% de la population a un caractère inférieur à Q_1 .
- Q_2 est une valeur du caractère telle que 50% de la population a un caractère inférieur à Q_2 .
- Q_3 est une valeur du caractère telle que 75% de la population a un caractère inférieur à Q_3 .

Remarques :

-Evidemment, on a : $Q_2 = M_e$.

Quartiles

Definition

Soit X une série, on définit les quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3 de la manière suivante :

- Q_1 est une valeur du caractère telle que 25% de la population a un caractère inférieur à Q_1 .
- Q_2 est une valeur du caractère telle que 50% de la population a un caractère inférieur à Q_2 .
- Q_3 est une valeur du caractère telle que 75% de la population a un caractère inférieur à Q_3 .

Remarques :

-Evidemment, on a : $Q_2 = M_e$.

-Mêmes techniques que pour la médiane pour le calcul des quartiles.

Quartiles

Definition

Soit X une série, on définit les quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3 de la manière suivante :

- Q_1 est une valeur du caractère telle que 25% de la population a un caractère inférieur à Q_1 .
- Q_2 est une valeur du caractère telle que 50% de la population a un caractère inférieur à Q_2 .
- Q_3 est une valeur du caractère telle que 75% de la population a un caractère inférieur à Q_3 .

Remarques :

-Evidemment, on a : $Q_2 = M_e$.

-Mêmes techniques que pour la médiane pour le calcul des quartiles.

-L'intervalle $[Q_1; Q_3]$ s'appelle l'intervalle interquartile. Il contient 50% de la population

Quartiles-Fonctions de répartition

Definition

Soit X une série. On appelle fonction de répartition F , la fonction qui a une valeur du caractère x_i associe la fréquence cumulée croissante jusqu'à x_i .

Quartiles-Fonctions de répartition

Definition

Soit X une série. On appelle fonction de répartition F , la fonction qui a une valeur du caractère x_i associe la fréquence cumulée croissante jusqu'à x_i .

$$F : \{\text{caractères}\} \rightarrow [0; 1]$$

$$x \mapsto f_x^{c\nearrow} = \frac{\text{nb d'individus ayant un caractère} \leq x}{\text{nb total d'individus}}$$

Quartiles-Fonctions de répartition

Definition

Soit X une série. On appelle fonction de répartition F , la fonction qui a une valeur du caractère x_i associe la fréquence cumulée croissante jusqu'à x_i .

$$F : \{\text{caractères}\} \rightarrow [0; 1]$$

$$x \mapsto f_x^{c\uparrow} = \frac{\text{nb d'individus ayant un caractère} \leq x}{\text{nb total d'individus}}$$

Avec cette définition, les quartiles sont simplement définis par :

$$Q_1 = F^{-1}(0,25), \quad Q_2 = F^{-1}(0,5) \quad \text{et} \quad Q_3 = F^{-1}(0,75).$$

Quartiles

Exemples :

Quartiles

Exemples :

Calculer les quartiles pour la série des tailles T et la série du nombre d'enfants par famille.

Quartiles pour la série du nombre d'enfants par famille.

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1
eff cum ↗	34	152	405	481	509	512	513

Quartiles pour la série du nombre d'enfants par famille.

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1
eff cum ↗	34	152	405	481	509	512	513

- Q_1 est environ la $\frac{N}{4}$ ^{ième} = 128,25^{ième} valeur. D'où $Q_1 = 1$.

Quartiles pour la série du nombre d'enfants par famille.

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1
eff cum ↗	34	152	405	481	509	512	513

- Q_1 est environ la $\frac{N}{4}$ ^{ième} = 128,25^{ième} valeur. D'où $Q_1 = 1$.
- $Q_2 = M_e = 2$ déjà calculé.

Quartiles pour la série du nombre d'enfants par famille.

Nb d'enfants x_i par famille	0	1	2	3	4	5	6
Nbr de familles ayant x_i enfants	34	118	253	76	28	3	1
eff cum ↗	34	152	405	481	509	512	513

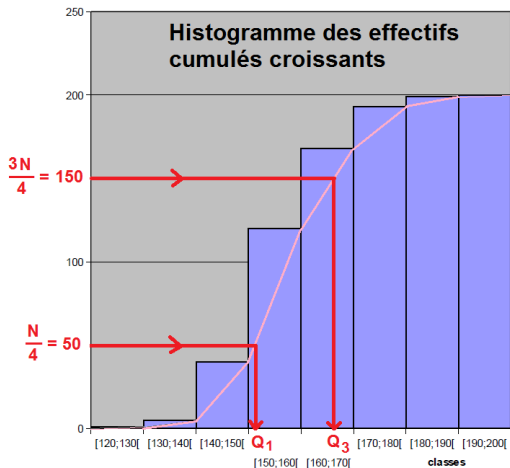
- Q_1 est environ la $\frac{N}{4}$ ^{ième} = 128,25^{ième} valeur. D'où $Q_1 = 1$.
- $Q_2 = M_e = 2$ déjà calculé.
- De même, $Q_3 = 2$ (384,75^{ième} valeur)

Quartiles pour la série des tailles T .

Classes	[120; 130[[130; 140[[140; 150[[150; 160[[160; 170[
Effectif	1	4	35	80	48
Eff cum ↗	1	5	40	120	168

classes	[170; 180[[180; 190[[190; 200[
Effectif	25	6	1
Eff cum ↗	193	199	200

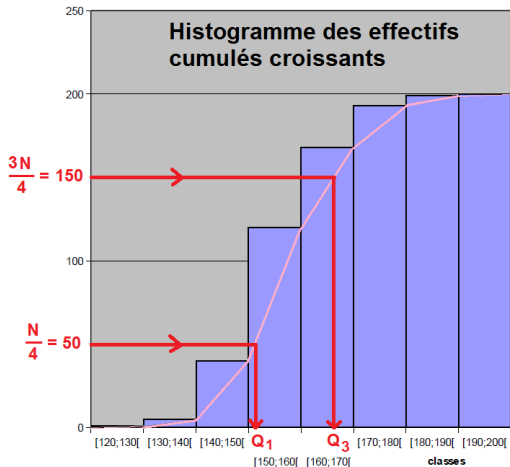
Quartiles pour la série T .



Courbe des effectifs cumulés croissants

Lecture graphique des quartiles

Quartiles pour la série T .



Courbe des
effectifs cumulés
croissants

Lecture
graphique
des
quartiles

Quartiles pour la série T .

On peut également faire un calcul précis (par ex méthode des piquets) pour confirmer les valeurs approximatives précédemment trouvées.

Quartiles pour la série T .

On peut également faire un calcul précis (par ex méthode des piquets) pour confirmer les valeurs approximatives précédemment trouvées.

- Le 1er quartile représente la 50 ième valeur. Par le tableau des effectifs cumulés croissants, on donc déduit :

$$Q_1 = 150 + (50 - 40) \frac{10}{80} = 151,25.$$

Quartiles pour la série T .

On peut également faire un calcul précis (par ex méthode des piquets) pour confirmer les valeurs approximatives précédemment trouvées.

- Le 1er quartile représente la 50 ième valeur. Par le tableau des effectifs cumulés croissants, on donc déduit :

$$Q_1 = 150 + (50 - 40) \frac{10}{80} = 151,25.$$

- Le 2ième quartile a déjà été calculé, $Q_2 = 157,5$.

Quartiles pour la série T .

On peut également faire un calcul précis (par ex méthode des piquets) pour confirmer les valeurs approximatives précédemment trouvées.

- Le 1er quartile représente la 50 ième valeur. Par le tableau des effectifs cumulés croissants, on donc déduit :

$$Q_1 = 150 + (50 - 40) \frac{10}{80} = 151,25.$$

- Le 2ième quartile a déjà été calculé, $Q_2 = 157,5$.

- Le 3ième quartile représente la 150 ième valeur. Par le tableau des effectifs cumulés croissants, on donc déduit :

$$Q_3 = 160 + (150 - 120) \frac{10}{48} = 166,25.$$

1 Introduction

- Exemples
- Quelques définitions élémentaires

2 Présentation des données

- Liste
- Tableaux
- Quelques définitions associées à ces représentations
- Représentations graphiques

3 Paramètres de position

- Moyenne
- Médiane
- Mode

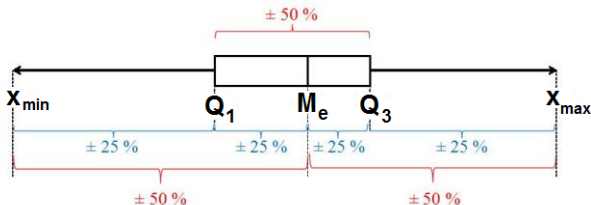
4 Paramètres de dispersion

- Etendue
- Ecart moyen
- Variance-Ecart-type

Boîte de dispersion

Dans les représentations graphiques de données statistiques, la boîte à moustaches (aussi appelée diagramme en boîte, boîte de Tukey ou box plot) est un moyen rapide de figurer le profil essentiel d'une série statistique quantitative.

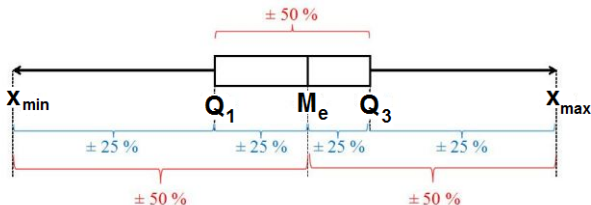
Une boîte à moustaches nous indique de façon simple et visuelle quelques traits marquants de la série observée :



Boîte de dispersion

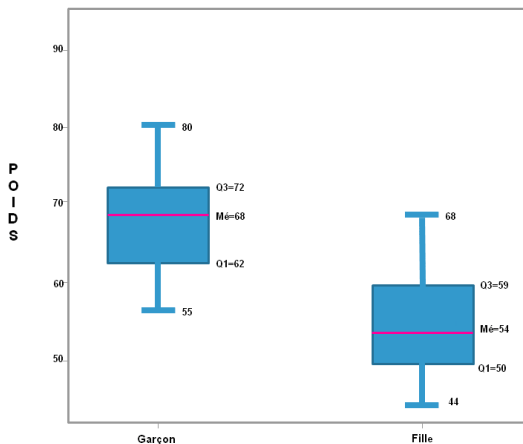
Dans les représentations graphiques de données statistiques, la boîte à moustaches (aussi appelée diagramme en boîte, boîte de Tukey ou box plot) est un moyen rapide de figurer le profil essentiel d'une série statistique quantitative.

Une boîte à moustaches nous indique de façon simple et visuelle quelques traits marquants de la série observée :



Boîte de dispersion

Intéret : pouvoir comparer plusieurs séries d'un seul coup d'oeil



Boîte de dispersion

Intéret : pouvoir comparer plusieurs séries d'un seul coup d'oeil

