

**Outils maths pour la gestion en S1.  
Partie statistiques descriptives**

---

**Enoncés des exercices**

---

Université Paul Sabatier - Toulouse 3  
IUT de Toulouse  
Département GEA PONSAN

Clement Rau  
clement.rau@iut-tlse3.fr

# 1 Statistiques descriptives

## Exercice 1

Pour chacune des variables statistiques suivantes, dire si elle est quantitative, qualitative, discrète, continue.

1. variable : couleur du logo d'une entreprise.
2. variable : revenu brut.
3. variable : nombre d'employés par entreprise.

## Exercice 2 (Questions courtes)

1. Sans calculatrice, donner la valeur de la moyenne des séries suivantes :
  - (a)  $X_1 = \{7, 9, 11, 13, 15\}$
  - (b)  $X_2 = \{1007, 1009, 1011, 1013, 1015\}$
  - (c)  $X_3 = \{7030, 9030, 11030, 13030, 15030\}$
2. Proposer une série simple ayant une variance de 1 ? de 0 ?
3. Lequel des paramètres entre moyenne et médiane, est "insensible" aux valeurs extrêmes d'une série. Justifiez à l'aide d'un exemple.
4. Dans un groupe, 25% des familles ont un enfant, 40% ont deux enfants, 20% ont trois enfants et 15% ont quatre enfants. Quel est le nombre moyens d'enfants dans ce groupe ?
5. Dans une entreprise de 360 employés, les cadres gagnent en moyenne 2000 euros et les ouvriers 1200 euros. L'ensemble des employés gagnent en moyenne 1400 euros. Quel est le nombre de cadres ?
6. Soit  $X = \{x_1, x_2\}$ . A l'aide d'une identité remarquable, montrer que  $\bar{X}_g \leq \bar{X}$ .
7. Proposer une série (aussi simple que possible) telle que  $\bar{X} > M_e$ . Même question avec  $\bar{X} < M_e$ .

## Exercice 3

A la question, "Les statistiques permettent de mentir avec assurance : Quelle est votre opinion ?", 80 personnes interrogées ont ainsi répondu :

Pas du tout d'accord	10
Plutôt pas d'accord	15
Indifférente	12
Plutôt en accord	18
Tout à fait d'accord	25

Soit  $X$  la variable associée à cette enquête.

1. Quel est son type ? Quel est son mode ?
2. Etablir la distribution en fréquence de cette variable et représenter là par un diagramme en bâtons ou un diagramme circulaire.
3. Quelle est la proportion de sujets n'ayant pas d'opinion extrêmement tranchée sur la question ?

#### Exercice 4

Un organisme de sondage a relevé les salaires mensuels d'un échantillon de 28 personnes. Les valeurs sont les suivantes (en euros) présentées par ordre croissant : 183, 191, 191, 248, 260, 277, 282, 290, 297, 297, 324, 335, 338, 346, 421, 432, 502, 563, 569, 570, 595, 622, 625, 747, 788, 861, 954, 989.

1. Un diagramme en bâtons est-il adapté? Quelle représentation graphique privilégieriez-vous et pourquoi? Effectuez cette représentation.
2. Donner la moyenne, la médiane et le mode de cette série.
3. Quels en sont les quartiles?
4. Calculer l'écart moyen et l'écart type de cette distribution.

#### Exercice 5

Le gérant d'un magasin vendant des articles de consommation courante a relevé pour un article particulier qui semble connaître une très forte popularité, le nombre d'articles vendus par jour. Son relevé a porté sur les ventes des mois de Mars et Avril, ce qui correspond à 52 jours de vente. Le relevé des observations se présente comme suit :

7 13 8 10 9 12 10 8 9 10 6 14 7 15 9 11 12 11 12 5 14 11 8 10 14 12 8 5 7 13 12 16 11 9 11 11 12 12  
15 14 5 14 9 9 14 13 11 10 11 12 9 15.

1. De quel type est la variable statistique étudiée. On la notera  $X$
2. Déterminer le tableau statistique en fonction des effectifs, des fréquences, des effectifs cumulés et des fréquences cumulées.
3. Tracer le diagramme en bâtons associé à la variable  $X$ .
4. Calculer le nombre moyen de ventes quotidiennes de cet article.

#### Exercice 6

On considère la série  $X$  suivante :

Caractère	3	4	9	15
Effectif	11	19	20	50

Définir et tracer la fonction de répartition de  $X$ .

#### Exercice 7

Dans une chaîne de production, on a prélevé un échantillon de 48 pièces pour étudier leur masse.

Classe (en Kg)	effectif
$[2, 0; 2, 4[$	6
$[2, 4; 2, 8[$	10
$[2, 8; 3, 2[$	18
$[3, 2; 3, 6[$	10
$[3, 6; 4, 0[$	4

On a obtenu le tableau suivant :

On suppose que dans chaque classe, les masses sont uniformément réparties.

1. Donner une valeur approchée de la moyenne et de l'écart type de la masse d'une pièce.
2. Déterminer le mode de cette distribution.
3. Calculer les premier, second et troisième quartiles.
4. Retrouver ces résultats à partir du diagramme des fréquences cumulées.

### Exercice 8

Un quartier résidentiel comprend 99 unités d'habitation ayant une valeur locative moyenne de 1000 euros/mois. Deux nouvelles unités d'habitation sont construites dans le quartier : l'une a une valeur locative de 700 euros/mois et l'autre, une villa luxueuse, a une valeur locative de 1300 euros/mois. Quelle est la nouvelle moyenne de valeur locative pour le quartier ?

### Exercice 9

On considère 2 séries de notes attribuées à 2 groupes d'élèves G1 et G2 ayant eu à traiter un même sujet d'examen. Voici les résultats obtenus :

G1

4, 5, 6, 6, 8, 8, 8, 8, 10, 10, 11, 11, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 12, 13, 13, 13, 14, 16, 17.

G2

0, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 8, 12, 12, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 14, 14, 15, 16, 16, 17, 17, 18, 19, 19, 20.

1. Organiser les valeurs ci-dessus sous forme de 2 séries statistiques S1 et S2 dont la variable X est la "note obtenue par un élève".
2. Représenter ces deux séries sur une même graphique. Quelles informations peut on en tirer ?
3. Comparer les moyennes et les écarts types de ces deux séries. Quelles conclusions peut on tirer de ces résultats ?
4. On ajoute 2 points à toutes les notes. Comment sont transformées les moyennes et les écarts types de chaque groupe ?
5. On multiplie chaque note par 0,75 puis on ajoute 5 points. Comment sont transformées les moyennes et les écarts types de chaque groupe ?
6. Représenter les boîtes de dispersion des 2 séries.

### Exercice 10

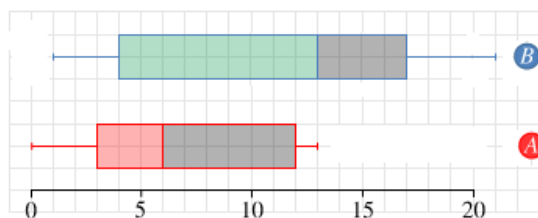
Une étude auprès de 400 foyers sur le budget consacré aux vacances d'été a donné le tableau suivant :

Budget X (en euros)	Fréquence cumulée
[800; 1000[	0.08
[1000; 1400[	0.18
[1400; 1600[	0.34
[1600; $\beta$ [	0.64
[ $\beta$ ; 2400[	0.73
[2400; $\alpha$ [	1

- Calculer la borne  $\alpha$  sachant que l'étendue vaut 3200.
- Calculer la borne  $\beta$  dans les deux cas suivants :
  - le budget moyen vaut 1995 euros,
  - le budget médian vaut 1920 euros.

### Exercice 11

Dans deux villes, notées A et B, on a sélectionné un échantillon de 1000 personnes à qui on a demandé combien de cigarettes ils fumaient par jour. On obtient les deux diagrammes en boîte suivants :



- Combien valent  $M_e$ ,  $Q_1$  et  $Q_3$  pour les villes A et B ?
- Quelle ville est la plus consommatrice de cigarettes ?
- Vrai ou faux ? Le quart de la population de la ville A fume plus de 3 cigarettes par jour.
- Vrai ou faux ? Plus de la moitié des habitants de la ville B fume moins de 14 cigarettes par jour.

### Exercice 12 (Minimisation)

A une série  $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , on associe la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$  définie par :

$$f(x) = \sum_{i=1 \dots n} (x - x_i)^2.$$

En écrivant  $f(x)$  sous la forme d'un trinôme du second degré (en  $x$ ), démontrer que la fonction  $f$  admet un minimum sur  $\mathbb{R}$  et indiquer en quelle valeur de  $x$  il est atteint. Que représente, d'un point de vue statistique, la valeur de ce  $x$  trouvée à la question précédente ?

### Exercice 13 (Une première étape vers la concentration autour de la moyenne)

Soit  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  une série statistique. On note  $m$  la moyenne de la série et  $\sigma$  son écart-type. Soit  $p$  le nombre d'éléments de la série statistique compris entre  $m - 2\sigma$  et  $m + 2\sigma$ .

1. Montrer que

$$\sum_{i=1 \dots n} (x_i - m)^2 \geq 4(n - p)\sigma^2$$

2. En déduire qu'au moins les trois quarts des éléments de la série statistique sont compris dans l'intervalle  $[m - 2\sigma; m + 2\sigma]$ .